

## Manipulativní činnosti rozvíjející matematickou gramotnost

Autoři: **Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.,**

předseda Společnosti učitelů matematiky. Dlouhodobě se věnuje problematice výchovy učitelů a vzdělávání obecně. Je autorem desítek odborných prací z metodiky matematiky a spoluautorem učebnic matematiky pro 2. stupeň ZŠ.

**RNDr. Hana Lišková,**

zástupkyně ředitele VOŠP a SPgŠ v Litomyšli, kde vyučuje Metodiku matematických představ, spoluautorka učebnic, sbírek úloh a metodických materiálů pro ZŠ.

**RNDr. Eva Zelendová,**

vedoucí oddělení pro kurikulum všeobecného vzdělávání a didaktik oboru Matematika a její aplikace v Národním ústavu pro vzdělávání. Má dlouholetou učitelskou praxi, je autorkou či spoluautorkou řady metodických materiálů.

### Úvod

Jednota českých matematiků a fyziků (JČMF) se od svého vzniku systematicky věnuje metodické podpoře pedagogických pracovníků s ohledem na aktuální problémy matematického vzdělávání dětí, žáků a studentů. V roce 2013 JČMF využila možnosti realizovat projekt *Manipulativní činnosti rozvíjející matematickou gramotnost*.

Základním mottem tohoto projektu jsou slova J. A. Komenského, která byla empiricky dokázána švýcarským vývojovým psychologem J. Piagetem: „**Šikovnost rukou se mění v šikovnost myšlení.**“ Proto je projekt zaměřen na rozvoj operačního myšlení dětí předškolního věku a žáků 1. stupně ZŠ pomocí odkrývání vztahů mezi věcmi na základě manipulace s nimi, tj. přidáváním, ubíráním, řazením, přemísťováním předmětů atp. Při této činnosti může učitel směřovat dítě:

- k přemýšlení o tom, co dělá
- k projevu jeho vlastní iniciativy
- k odpovědnosti za učiněná rozhodnutí
- k využívání sebekontroly, k vyhledávání a opravě chyb
- k objevování nových poznatků, principů, jevů a souvislostí mezi nimi
- k osvojení nových dovedností.

Významnou roli při těchto činnostech hrají didaktické **pomůcky**, se kterými děti manipulují. Nabízí se celá škála možností od zakoupených didaktických her přes improvizované pomůcky, které využívají předměty běžné potřeby, po didaktické materiály, které si učitel vyrobí sám.

Při utváření matematických představ v předškolním vzdělávání nelze postupovat jen intuitivně a nesystematicky. Vodítkem pro učitele může být tzv. „matematický trojlístek“ (soubor tří důležitých oblastí): **mnohostní představy**, **množinové představy** a **geometrické představy**. Videozáznamy, které vznikly v projektu *Manipulativní činnosti rozvíjející matematickou gramotnost*, pokrývají všechny uvedené oblasti. Pro přehlednost jsou rozčleněny do deseti oddílů: Třídění, Párování, Uspořádání, Řady a postupy, Kvantita, Shodnost, Rytmus a kombinatorika, Geometrie v rovině, Geometrie v prostoru, Komplexní úlohy. V každém oddílu jsou zařazeny **aktivity**, které mohou příznivě ovlivnit efektivitu matematického vzdělávání v raném věku dítěte.

Jak by měl učitel při předškolním vzdělávání a v hodinách matematiky na 1. stupni základní školy postupovat? Jaké konkrétní metody práce a jaké didaktické pomůcky volit? Jak zařadit do výuky práci s didaktickými pomůckami a se stavebnicemi, aby bylo dosaženo rozvoje matematické gramotnosti? Proč je dobré se těmito aktivitami zabývat? **Konkretizace manipulativní činnosti** dětí a žáků při rozvoji matematické gramotnosti **formou krátkých videosekvencí, které jsou pomocí metodických návodů propojeny do logického řetězce (nahrávky)**, dává možnost, jak na tyto otázky poskytnout srozumitelnou odpověď.

Dvacet vybraných nahrávek může inspirovat učitele v tom, jak rozvíjet představy dětí a žáků v oblastech **kvantita** (množství, význam čísel, různé reprezentace čísel, jejich porovnání, operace s čísly, představa velikosti čísel a odhady) a **prostor a tvar** (orientace v prostoru a čase, rovinné a prostorové útvary, jejich metrické a polohové vlastnosti) i jak rozvíjet vybrané kompetence, které jsou obsaženy v definici matematické gramotnosti: **matematické uvažování, modelování, užívání pomůcek a nástrojů**.

Metodické návody, které jsou ke všem nahrávkám připraveny, mají jednotnou formu: v úvodu je stručně shrnut **dopad prezentovaných manipulativních činností** na dítě či žáka. U jednotlivých videosekvencí, z nichž se nahrávka skládá, jsou nejprve představeny didaktické **pomůcky**, které jsou pro rozvoj matematické gramotnosti použity. Poté jsou stručně popsány **aktivity**, které jsou zachyceny ve videosekvenci. Nedílnou součástí popisu aktivity jsou i **důležité metodické poznámky**.

Označení žák je použito ve významu žák/žákyně, označení učitel ve významu učitel/učitelka.

Literatura:

[1] Kaslová, M.: *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*, Raabe, Praha 2010.

[2] Lišková, H.: Matematický trojlístek v mateřské škole, In: Stehlíková, N. a Tejkalová, L. (eds.) *Sborník konference Dva dny s didaktikou matematiky 2011*, PedF UK Praha 2011, s. 133-135.

[3] Lišková, H.: Práce s papírem u dětí před vstupem do školy a v první třídě, In: Stehlíková, N. (ed.) *Sborník konference Dva dny s didaktikou matematiky 2012*, PedF UK Praha 2012, s. 23-27.

## Spolupracovníci

Videonahrávky a grafická úprava: Ondřej Kleiner

Manipulantky: Beata Bednářová  
Kateřina Serafinová

Autorky pomůcek: Hana Lišková  
Kateřina Serafinová  
Pavla Lipenská  
Karolína Grubhofferová  
Jana Vavrečková

Projekt byl podpořen MŠMT v rámci Programu na podporu činnosti nestátních neziskových organizací působících v oblasti předškolního, základního a středního vzdělávání v roce 2013.

**Vydavatel: Jednota českých matematiků a fyziků, Praha 2013**

| Obsah                                                                                                  |                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Předškolní vzdělávání                                                                                  | Vzdělávání na 1. stupni ZŠ                                                                           |
| <b>1. Třídění str. 5</b><br>1. Barevné obrázky<br>2. Barevné tvary<br>3. Kapesníky                     | <b>1. Třídění str. 24</b><br>1. Rovinné útvary<br>2. Kuličky<br>3. Tantrix                           |
| <b>2. Párování str. 6</b><br>1. Roční období<br>2. Pohádková geometrie<br>3. Barevné obdélníky         | <b>2. Párování str. 25</b><br>1. Karty<br>2. Deštníky<br>3. Plánky staveb                            |
| <b>3. Uspořádání str. 9</b><br>1. Pohádka o veliké řepě<br>2. Zvířátka<br>3. Duha                      | <b>3. Uspořádání str. 27</b><br>1. Tantrix<br>2. Plán stavby<br>3. Číselná řada                      |
| <b>4. Řady a postupy str. 10</b><br>1. Domino<br>2. Berušky<br>3. Navlékadlo 1 až 6                    | <b>4. Řady a postupy str. 28</b><br>1. Tantrix<br>2. Animace jednotažky<br>3. Cesty                  |
| <b>5. Kvantita str. 12</b><br>1. Počítadlo jamkové<br>2. Navlékadlo<br>3. Sčítání na navlékadle        | <b>5. Kvantita str. 30</b><br>1. Slabiky<br>2. Zlomková skládačka                                    |
| <b>6. Shodnost str. 14</b><br>1. Šásek<br>2. Panáčky<br>3. Hrad                                        | <b>6. Shodnost str. 31</b><br>1. Skládačka<br>2. Hrad<br>3. Pyramida                                 |
| <b>7. Rytmus a kombinatorika str. 16</b><br>1. Řada pyramid<br>2. Mozaika (pláštěv)<br>3. Pejsci       | <b>7. Rytmus a kombinatorika str. 33</b><br>1. Šašci a bambule<br>2. Mozaika (patchwork)             |
| <b>8. Geometrie v rovině str. 17</b><br>1. Veselý vláček<br>2. Tři základní tvary<br>3. Skládání tvarů | <b>8. Geometrie v rovině str. 34</b><br>1. Koník<br>2. Rozstříhaný kruh<br>3. Tangram                |
| <b>9. Geometrie v prostoru str. 19</b><br>1. Divadélko<br>2. Shodná tělesa<br>3. Hrníček               | <b>9. Geometrie v prostoru str. 35</b><br>1. Stavba podle plánu<br>2. Třídění těles<br>3. Architecto |
| <b>10. Komplexní aktivity str. 21</b><br>1. Barvy a tvary<br>2. Geopuzzle početní<br>3. Pohlednice     | <b>10. Komplexní aktivity str. 37</b><br>1. Číselné domino<br>2. Tantrix<br>3. Motýlci               |

# **Předškolní vzdělávání**

## 1. Třídění

Předškolní vzdělávání

### Množinové představy

Dítě třídí na základě stejné vlastnosti (charakteristiky), např. má stejnou barvu, tvar, velikost jako ten druhý nebo další.

#### 1. Barevné obrázky



##### Pomůcky

Sada obrázků s předměty v základních barvách (žlutá, červená, modrá a zelená) a hrací kostka s barvami.

##### Aktivita

Dítě hodí barevnou hrací kostkou. Ta určí barvu obrázků, které bude dítě vybírat a vytvářet z nich skupinky obrázků stejné barvy. **Diskutujeme s dětmi, jaké znají věci dané barvy (např. žluté slunce, modré nebe, červené jahody, zelené okurky).**



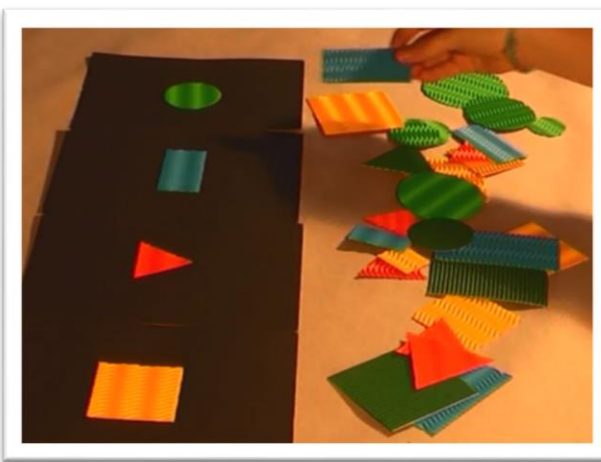
#### 2. Barevné tvary

##### Pomůcky

Čtyři předlohy barevných geometrických útvarů (např. žlutý čtverec, oranžový trojúhelník, modrý obdélník a zelený kruh) z „vlnkového“ papíru na černé kartě a sada vystříhaných geometrických tvarů v různých barvách. Většina z nich má stejnou barvu jako útvar na předloze. Je možné do sady vystříhaných útvarů přidat i takové, které mají jiný odstín barvy než útvary na předloze.

##### Aktivita

Dítě třídí připravené tvary a pokládá (přiřazuje) je na předlohy. Pracuje přitom se dvěma podmínkami: barva a tvar. Hledá tedy všechny žluté čtverce, modré obdélníky apod. Na velikosti útvarů nezáleží. **Dítě tvoří skupiny stejné charakteristiky.** Útvary, které nesplňují obě dané podmínky, dítě vyřazuje.





Jestliže byly do sady vystříhaných tvarů přidány i útvary, které mají jiný odstín barvy než útvary na předloze, musí je dítě také vyřadit.

### 3. Kapesníky

#### Pomůcky

Předloha s obrázkem, na němž maminka s dcerkou věší kapesníky na připravené šňůry na prádlo (viz obr.) a sada větších a menších kapesníků v barvě modré a žluté.

#### Aktivita

Dítě manipuluje s připravenými kapesníky podle zadání: „Maminka chce, aby vyprané prádlo na šňůře pěkně vypadalo. Pomůžeš jí



uspořádat kapesníky?“ Předpokládáme, že dítě bude třídit podle předlohy velké kapesníky na šňůru maminky, malé kapesníky na šňůru holčičky. **Dítě však může mít osobitý přístup. Pozorujeme, zda dodržuje pravidelnosti. Pokud dítě zavěšuje kapesníky nahodile, „provokujeme“ je k nějaké pravidelnosti (např. střídání barev nebo nejprve žluté a pak modré kapesníky).**

## 2. Párování

### Předškolní vzdělávání

#### Množinové představy

Dítě přiřazuje jeden objekt k druhému, tvoří dvojice – páruje.

#### 1. Roční období

#### Pomůcky

Na předloze jsou obrázky čtyř stromů v jednotlivých ročních obdobích. Stromy jsou zakresleny v pořadí jaro, léto, podzim, zima. Předlohu doplňují čtyři postavičky dětí v oblečení, které odpovídá daným ročním obdobím. Varianta pomůcky, kdy jsou odděleny jednotlivé kartičky se stejnými stromy, je doplněna sadou charakteristických obrázků pro jednotlivá období (sněhulák, velikonoční kuřátko, hromada listů, vložka, děvče v plavkách, lyžař apod.).





### Aktivita

Dítě přiřazuje (páruje) postavičky v odpovídajícím oblečení pod příslušné stromy. V další aktivitě pracuje s jednotlivými kartičkami stromů. Musí je nejprve seřadit ve správném pořadí podle toho, jak za sebou následují roční období.

**Obtížnost aktivity se zvyšuje – úkoly gradují.** Dítě přiřazuje charakteristické obrázky pod jednotlivé stromy, tvoří skupiny podle charakteristické vlastnosti. **Vyžadujeme zdůvodnění (argumentaci), vedeme diskusi, zda může být daný obrázek zařazen i do jiného ročního období (např. pampelišky lze zařadit do jara i léta).**



## 2. Pohádková geometrie

### Pomůcky

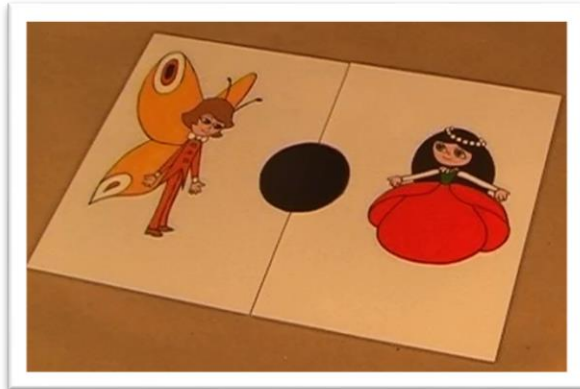
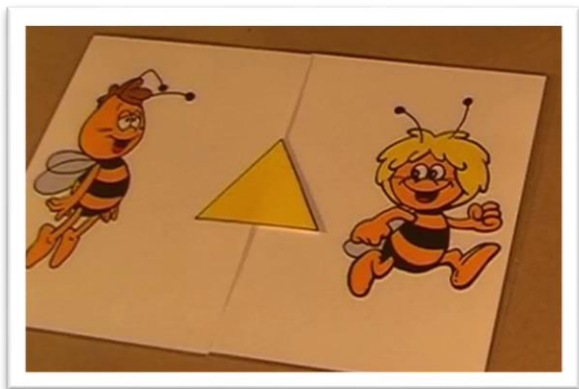
Pohádkové bytosti (např. Křemílek a Vochomůrka), které k sobě budou přiřazovány, tvoří charakteristické dvojice.

Na jednom dílku s postavičkou je zakreslen geometrický útvar (kruh, trojúhelník, čtverec apod.), na druhém dílku s odpovídajícím výřezem je druhá postavička z dané dvojice (viz obr.). Útvary a jim odpovídající výřezy jsou záměrně umístěny v některých případech ve stejné a někdy v nesteré výši.



### Aktivita

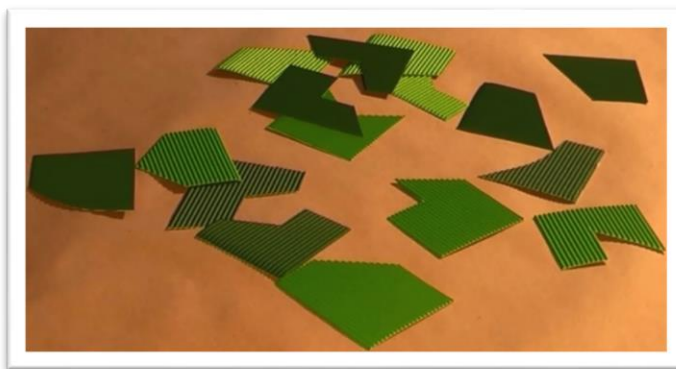
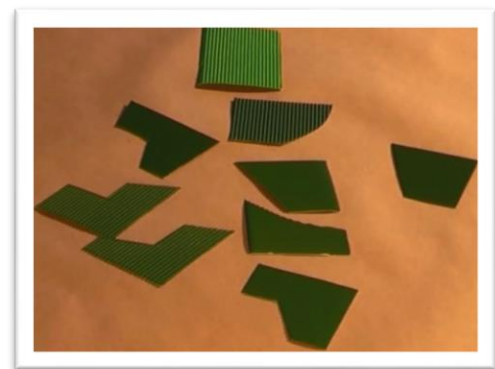
Dítě hledá odpovídající dvojice. Řídí se tvarem výřezu a dvojicí pohádkových hrdinů. Kontrolou je složený obrázek ve formátu A4. **Může se stát, že děti některé postavičky neznají. Toho lze využít jako motivaci pro rozvoj čtenářské gramotnosti.**



### 3. Barevné obdélníky

#### Pomůcky

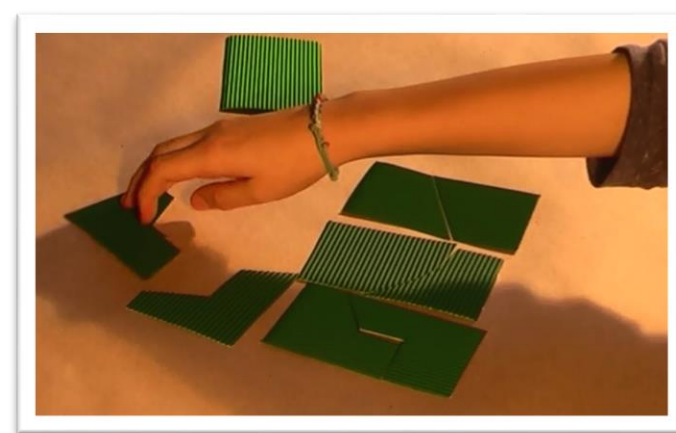
První sadu tvoří obdélníky téže barvy. Každý z nich je rozdělen na dvě samostatné části. Ty mohou mít zajímavý a neobvyklý tvar (viz obr.). Ve druhé sadě jsou rozstříhané obdélníky různých barev a odstínů.



#### Aktivita

Dítě pracuje s první sadou. Přiřazuje a skládá k sobě vždy dvě části obdélníku tak, aby výřezy „zapadaly“ do sebe. Přiřazuje nejprve zřejmé dvojice (např. s oblou hranicí), poté intenzivně pracuje ruka a s dílkem otáčí tak, aby do sebe dílky zapadly. **Připravené obdélníky jsou v jedné barvě, aby se dítě neřídilo barvou, ale tvarem.**

Při práci s druhou sadou dítě nejprve třídí dílky podle barvy a potom je teprve skládá k sobě. **Pro menší děti použijte výrazné barvy pro větší rozlišení.**





### 3. Uspořádání

Předškolní vzdělávání

#### Množinové představy

Při procesu uspořádání dítě vnímá dva a více objektů. Nastupuje tak vztahové vnímání (podpora kauzálního myšlení).

#### 1. Pohádka o veliké řepě

##### Pomůcky

Předloha se zakreslenou velikou řepou a připravenou tabulkou (tzv. filmovými okénky) pro přiřazování jednotlivých postav známé pohádky. Postavy (dědek, bába, vnučka, pes, kočka, myš) jsou na samostatných kartičkách zakresleny tak, aby po doplnění tabulky na sebe obrázky navazovaly.



##### Aktivita

Dítě nejprve volně manipuluje s obrázky postav a řadí je na předlohu podle děje známé pohádky. Obtížnější variantou je náhodné odkrývání postav a jejich zařazení na správné místo děje. Dítě si postupně děj odříkává, pracuje tak s následností děje.



Pro využití pohádky o veliké řepě je vhodná i varianta s pohybem: děti si tajně vylosují vlastní roli a na pokyn učitelky (např. tlesknutí, zvuk triangu, hudba) se všechny seřadí za pomyslnou řepu.

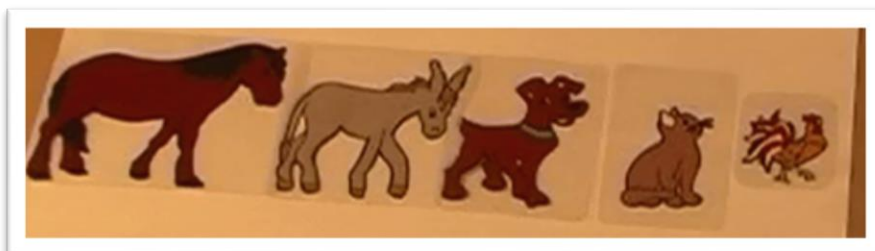
#### 2. Zvířátka

##### Pomůcky

Na samostatných kartičkách jsou vyobrazena různě velká zvířata (kůň, osel, pes, kočka, kohout). Pro větší kontrast je vhodné řadit zvířata na připravený bílý list papíru.

##### Aktivita

Dítě postupně řadí zvířátka podle velikosti na bílý list papíru. **Je vhodné střídat různé typy uspořádání (vzestupně, sestupně, horizontálně, vertikálně).** Dítě při práci využívá analogie.



### 3. Duha

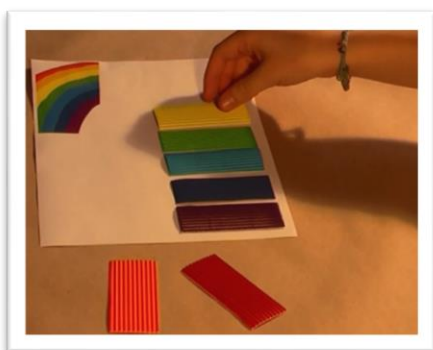
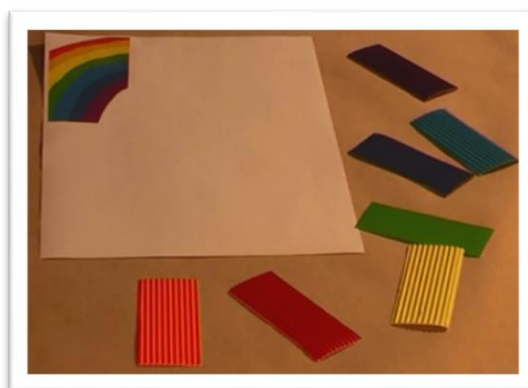
#### Pomůcky

Na předloze je zakreslena sedmibarevná duha. Ve stejných barvách jsou připraveny proužky z „vlnkového“ papíru.

#### Aktivita

Dítě podle barev na obrázku duhy postupně skládá na předloze barevné proužky a vytváří tak svoji barevnou škálu. **Pracuje bez významové i dějové nápovědy.**

K procvičení kritického myšlení je vhodné barevnou škálu dítěti připravit a úmyslně zařadit chybu. Dítě chybu hledá tak, že kontroluje pořadí barev. Když chybu najde, pořadí barev opraví.



### 4. Řady a postupy

Předškolní vzdělávání

#### Množinové představy

Dítě manipuluje s objekty, odhaluje a respektuje jejich vzájemné vztahy (včetně početních i geometrických). Využívá úsudek, při němž pracuje i se skupinovými podmínkami.

#### 1. Domino

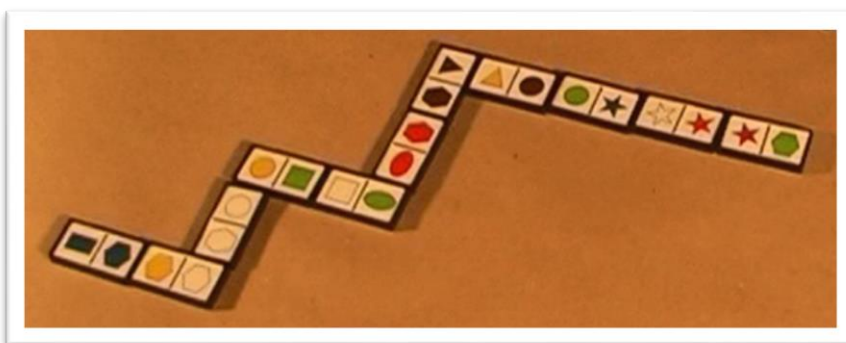
#### Pomůcky

Sada dílků domina, na každém dílku jsou zakresleny dva tvary (např. čtverec, kruh, trojúhelník, hvězdička, šestiúhelník, ovál) v jedné ze zvolených barev (červená, žlutá, zelená apod.). Na jednom dílku mohou být i dva stejné tvary nebo dvě stejné barvy.

#### Aktivita

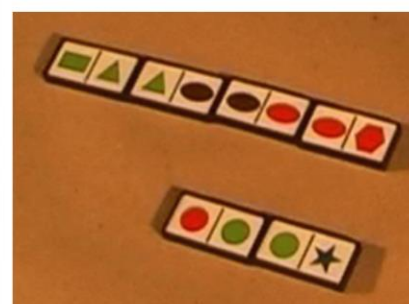
Dítě napojuje dílky domina podle podmínek, které zadává učitel. Řada dílků se může libovolně „klikatit“ po podložce. Nejprve na sebe navazují stejné barvy. **Dítě se soustředí na jednu podmínku.** Poté dítě spojuje dílky domina podle stejných tvarů. **Opět sleduje jen jednu podmínku. Některé děti se však nedokáží soustředit pouze na jednu charakteristiku a snaží se dodržet bez ohledu na zadání obě podmínky (barvu i tvar).**





Na závěr dítě řadí za sebe dílky domina podle barev i tvarů (musí se shodovat tvar i jeho barva na sousedních políčkách dílků, které na sebe navazují – viz obrázek).

Dítě zjišťuje, že ze všech dílků domina nelze sestavit souvislou řadu, vznikne několik oddělených „sestav“. **Do činnosti dětem nezasahujeme, necháme je hledat další možné „sestavy“.** Od dětí nevyžadujeme přesné názvy tvarů. Děti většinou používají pojmy z běžného života (např. ovál je pro ně vajíčko).



## 2. Berušky

### Pomůcky

Sada dílků netradičního domina. V levé části dílků domina je zakreslena beruška, která má krovky v jedné barvě a tečky na nich v barvě druhé. V pravé části dílku jsou zakresleny dvě pastelky v barvách,



kteřé lze nalézt na jiné berušce. Domino musí být připraveno tak, aby dílky na sebe navazovaly (a tvořily souvislou řadu) podle pravidla: beruška, kterou přiložíme k dílku s pastelkami dvou různých barev, musí mít krovky a tečky v barvách pastelek.



### Aktivita

Dítě pozoruje sadu kartiček, které jsou náhodně rozloženy na pracovní desce. Sleduje a analyzuje obrázky. Vyzveme dítě, aby samo zjistilo, jak se má s kartičkami pracovat. Dítě se snaží odhalit pravidlo, vzniká příjemné napětí, které motivuje. **Na první pohled není totiž zřejmé, že půjde o domino.** Dítě manipuluje s dílky a začíná řadit jeden dílek za druhým. Necháme dětem čas, aby zjistily pravidlo, jak domino sestavit. Dítě může pracovat s celou pracovní plochou, nemusí skládat dílky jen do rovné řady. **Při chybě vyčkáme, zda se dítě samo opraví.**

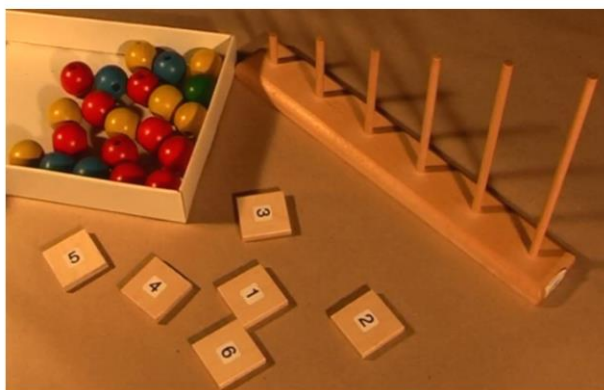




### 3. Navlékadlo 1 až 6

#### Pomůcky

Dřevěné navlékadlo obsahuje šest nestejně vysokých kolíků na podstavci, různobarevné kuličky s provrtaným otvorem (počet kuliček jedné barvy je zcela nahodilý, neměl by být nápovědou pro dítě) a čtvercové destičky s označením 1 až 6. Výška kolíků je vyměřena tak, aby se na první kolík vešla jedna kulička, na druhý dvě kuličky na třetí tři atd. Dítě si lépe uvědomí množství (kvantitu) ve spojení s délkou nebo výškou. Lze zakoupit i navlékadlo 1 až 4.



#### Aktivita

Dítě manipulací určuje, kolik kuliček se vejde na kolík. Na barvě kuliček nezáleží. Když jsou všechny kuličky navlečeny na kolíky, přiřazuje dítě ke kolíkům destičku se správným počtem (můžeme použít číselný údaj nebo u mladších dětí počet určený puntíky). Dítě si ukazuje a počítá (zpočátku se prst objektů dotýká, posléze dítě používá metodu tzv. „prodlouženého prstu“). **Dítě vytvoří číselnou řadu. V předškolním období pracujte maximálně s navlékadlem 1 až 6!**

### 5. Kvantita

#### Předškolní vzdělávání

#### Mnohostní představy

Dítě vnímá a určuje množství (včetně „málo“, „nic“, „hromada“), využívá různé modely a reálné reprezentace včetně různých konfigurací (nejen lineárních).

#### 1. Počítadlo jamkové



#### Pomůcky

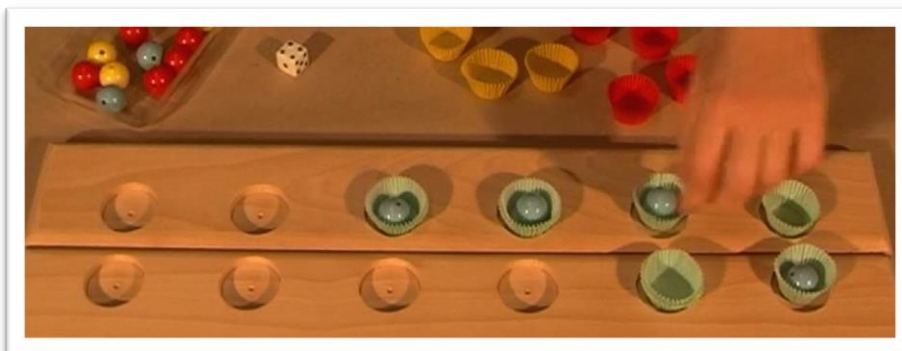
Dvě samostatné dřevěné desky s vyhloubenými šesti jamkami (lineární model), sada kuliček (alespoň šest červených, šest žlutých a šest modrých) a kalíšky (opět alespoň šest od každé barvy), jedna barevná hrací kostka a druhá s puntíky od 1 do 6.

#### Aktivita

Dítě hodí oběma hracími kostkami a určí počet puntíků. Napočítá odpovídající počet stejně barevných kalíšků, které postupně ukládá do horní řady jamek. Hodí podruhé hrací kostkou a opět určí počet puntíků. Napočítá kuličky stejné barvy a vkládá je nejprve do připravených kalíšků. Pokud je kuliček víc než kalíšků, pokračuje do jamek. **Stačí kalíšky pro uložení kuliček?**



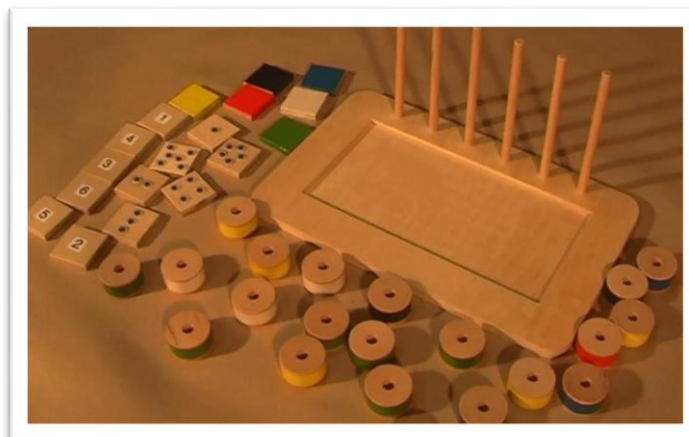
Dítě se rozhoduje, zda je kuliček více, méně nebo stejně. Do druhé řady jamek dítě uloží tolik kalíšků stejné barvy, kolik je kuliček v první řadě. Do takto připravených kalíšků přemístí kuličky z první řady jamek. **Tím provádí kontrolu, zda kuliček je stejně jako připravených kalíšků.**



## 2. Navlékadlo

### Pomůcky

Navlékadlo je tvořeno základní deskou, která je uzpůsobena pro vkládání čtvercových destiček (jedna sada destiček je rozlišena barvou, druhá sada je rozlišena počtem puntíků a třetí sadu tvoří destičky s číselným údajem) a šesti stejně dlouhými kolíky. Na tyto kolíky lze navlékat provrtnané válečky, jejichž barva střední části pláště koresponduje s barevnými čtvercovými destičkami (viz obr.). Válečky s celobarevným pláštěm nejsou vhodné, dětem se splývající vrstvy válečků špatně odlišují a počítají. Počet válečků jednotlivých barev je různý (od jedné do šesti).

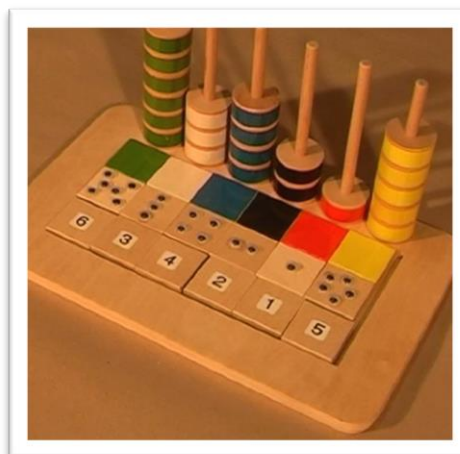


### Aktivita

Na stole jsou rozloženy barevné destičky a válečky. Dítě podle vlastního uvážení vloží barevné čtverečky do připravené desky a poté přiřazuje k dané barvě všechny stejně barevné válečky a navléká je na kolíky. Vytváří se sloupce určité výšky.

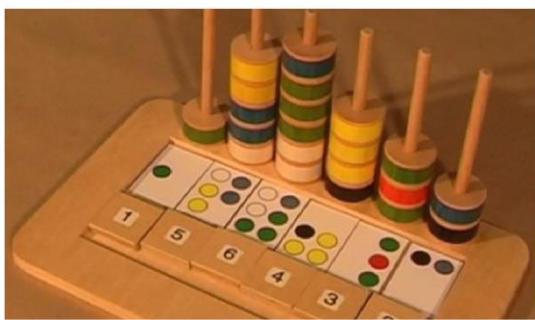
Pokud chceme, aby dětem při navlékání vznikla vzestupná řada, předpřipravíme si barevné destičky sami. Pokud naopak nechceme, aby vznikla řada vzestupná nebo sestupná, **je třeba rozložit barevné destičky tak, aby počty válečků na kolíkách byly nahodilé.**

Poté dítě přepočítá válečky na prvním kolíku, najde odpovídající destičku s puntíky (**konfigurace puntíků záměrně neodpovídá konfiguraci na hrací kostce, aby dítě počet nehádkalo**), přepočítá puntíky a při shodě položí destičku na základní desku. Tímto způsobem zjistí počty válečků na všech kolíkách. Pod řadu destiček s puntíky (univerzální model pro určování množství) položí dítě destičku s odpovídajícím číslem.





### 3. Sčítání na navlékadle

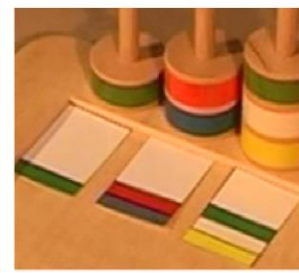


#### Pomůcky

Pomůcka, která byla popsána v předchozí aktivitě, může být doplněna dvěma sadami kartiček, na nichž jsou zachyceny různé barevné konfigurace. Při první konfiguraci znázorněné pomocí koleček nezáleží na pořadí navlečených válečků. Při druhé konfiguraci znázorněné pomocí proužků již na pořadí navlečených válečků záleží.

#### Aktivita

Dítě si náhodně vybere některou z kartiček první konfigurace. Kartičku položí na základní desku před první kolík, na kterou navlékne daný počet válečků v předepsaných barvách. **Na pořadí válečků nezáleží!** Po zaplnění všech kolíků položí dítě pod kartičku konfigurace destičku s číslem (při sčítání si pomáhá „prodlouženým prstem“). **Dítě rozlišuje barvy, počítá a sčítá (bez užití symbolů!).**



Při práci s kartičkami druhé konfigurace již na pořadí válečků záleží. Dítě navléká válečky na kolík podle pořadí barevných proužků. Postupujeme od jednoduchého zadání ke složitějším konfiguracím. Dítě opět válečky na kolíku sčítá a pod kartičky s barevnými konfiguracemi pokládá příslušné destičky s číslem.

### 6. Shodnost

Předškolní vzdělávání

#### Geometrické představy

**Díky vnímání shodnosti může dítě postřehnout odlišnosti, učí se rozlišovat. Spontánně rozvíjí odhad.**

#### 1. Šašek

#### Pomůcky

Šašek na pracovním listu má velkou čepici, ze které mu „vypadla“ barevná kolečka a zůstaly po nich bílé „díry“. Velikost některých koleček je jen nepatrně odlišná.

#### Aktivita

Dítě s „vypadlými“ barevnými kolečky volně manipuluje a hledá k nim odpovídající „díru“ v čepici.

**Termín kruh není třeba v předškolním věku používat, dítě v tomto věku používá především předmětné pojmy (např. střecha, věžička, kolečko).** Dítě se může samo přesvědčit o správnosti řešení. **Pracujeme s chybou: dítě neopravujeme okamžitě, čekáme, až samo chybu odhalí.**



## 2. Panáčky



### Pomůcky

Vystřižené barevné postavičky, které představují jednoho panáčka v různých polohách, mají na pracovním listu svůj „stín“. Dva panáčky jsou ze semaforu v odpovídající barvě (červená a zelená).



### Aktivita

Dítě s panáčky manipuluje, hledá k nim odpovídající „stín“ na pracovním listu. **Shodné je to, co se přesně kryje.** Dítě se může samo přesvědčit o správnosti řešení. **Lze položit otázku: „Které panáčky znáš ze semaforu na přechodu pro chodce?“**

## 3. Hrad

### Pomůcky

Předlohy s levou polovinou pro praváky (viz obr. A) nebo s pravou polovinou hradu pro leváky (viz obr. B). Zařadíme i několik opačných polovin různých hradů, a to ve větším počtu než je počet předloh.



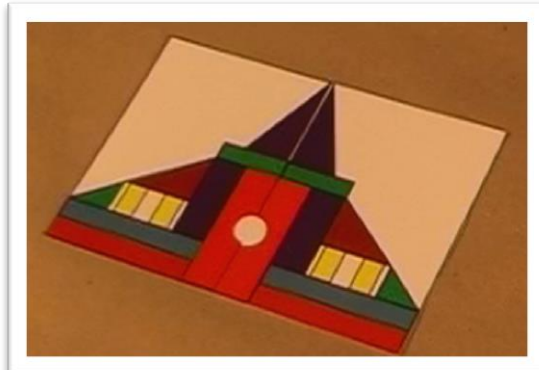
obr. A



obr. B

### Aktivita

Dítě volně manipuluje s polovinami hradů. Intuitivně vybírá vhodnou polovinu hradu (hrad je „hezký“, když je souměrný) a přikládá ji k opačné polovině hradu na předloze. Hledá odlišnosti, kontroluje správné části hradu (barva, tvar, velikost jednotlivých částí). Polovinu hradu, kterou dítě nahodile avšak nesprávně vybralo, odloží mimo pracovní plochu. Děti můžeme vést otázkou: „Která část se nám nehodí?“ Dítě se může samo přesvědčit o správnosti řešení, vedeme je ke kontrole detailů.



**Množinové představy**

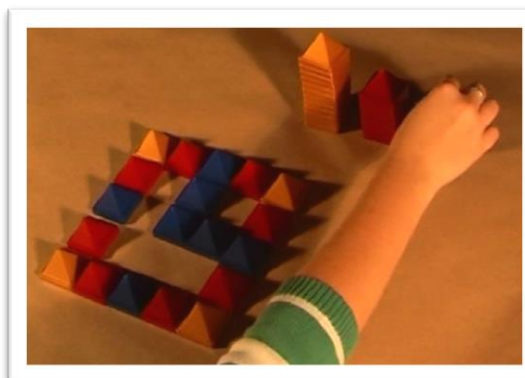
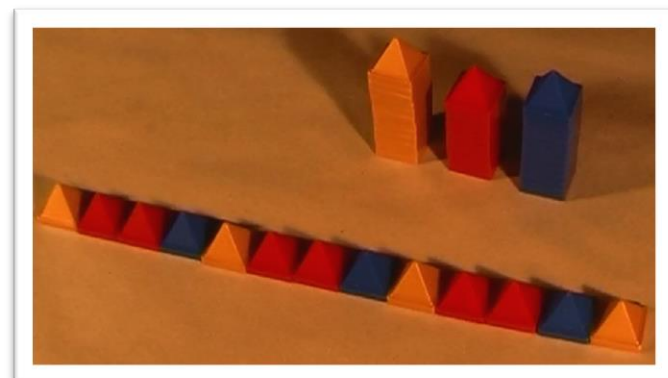
Vytvářením pravidelností a opakováním téhož úseku vzniká rytmus. Dítě učíme vnímat a odhalit pravidelnosti v řadě i na ploše. Dítě vytváří vzory a tak si rozvíjí kombinační a alternativní myšlení.

**1. Řada pyramid****Pomůcky**

Sada pyramid ve třech barvách – dílky ze hry SFINX, kterou lze zakoupit. (Pomůcku lze vhodně využít i pro třídění. Pyramidy se velmi dobře skládají do „komínků“.)

**Aktivita**

Dítě pokračuje v opakování barevné kombinace, kterou mu učitel pomocí pyramid připravil. Dítě si také může vytvářet svůj vlastní vzor, využívat celou plochu pracovní desky, spojit začátek a konec řady, kterou skládá a doplnit prázdná místa útvaru tak, aby vznikl pěkný vzor. Zajímavou výzvou pro některé děti je, když mají vytvářet vzor v prostoru a ne pouze v řadě. Vždy **ponecháme dítěti čas na vlastní tvořivost, sledujeme, zda neporuší pravidelnost vzoru.**

**2. Mozaika (pláštěv)****Pomůcky**

Pracovní deska se sadou šestiúhelníků (v šesti barvách), které lze na pracovní desku dobře umístit (ze hry Mozaika, kterou lze zakoupit).

**Aktivita**

Nabízí se mnoho různých zadání. Nejprve dítě skládá podle vzoru, popř. hledá nepřesnosti, odhalí rozdílné detaily, chyby. **Vhodnou výzvou je možnost, kdy dítě nemusí pracovat v řadě.** Další možností je dodržení rytmu, kdy dítě pokračuje v řadě podle pravidla, které odhalí.





### 3. Pejsci

#### Pomůcky

Předloha se šesti psími boudami a jejich psími obyvateli, sada nalepovacích proužků pro rozlišení střech.

#### Aktivita

Dítě motivujeme příběhem: „Boudy je třeba barevně rozlišit tak, aby každé psí plemeno našlo svůj příbytek. Upravíme střechy tak, aby byly tříbarevné a přesto byla každá střecha jiná.“ Využijeme k tomu sadu nalepovacích proužků.



Dítě nalepuje proužky na jednotlivé střechy. Většinou experimentuje, případně samo hledá chybu, kterou lehce napraví přemístěním barevného proužku. Touto aktivitou cíleně rozvíjíme kombinační myšlení, a proto střechy nevybarvujeme pastelkami. **Dítě by se více soustředilo např. na to, aby nepřetahovalo. Bylo by tak potlačeno soustředěné hledání nových barevných trojic na střechách, což je cílem aktivity. Sledujeme, zda dítě pracuje nahodile nebo systematicky. Kontrola správnosti – žádná bouda nemá stejnou střechu, každá střecha je jiná.**

Výhodně lze využít magnetickou tabuli

a nastříhat pro tento účel magnetické proužky.

### 8. Geometrie v rovině

#### Předškolní vzdělávání

#### Geometrické představy

Dítě se seznamuje se základními geometrickými tvary a jejich reálnými reprezentacemi. Skládáním tvarů rozvíjíme u dítěte analyticko-syntetické myšlení a prostorové vnímání.

#### 1. Veselý vláček

#### Pomůcky

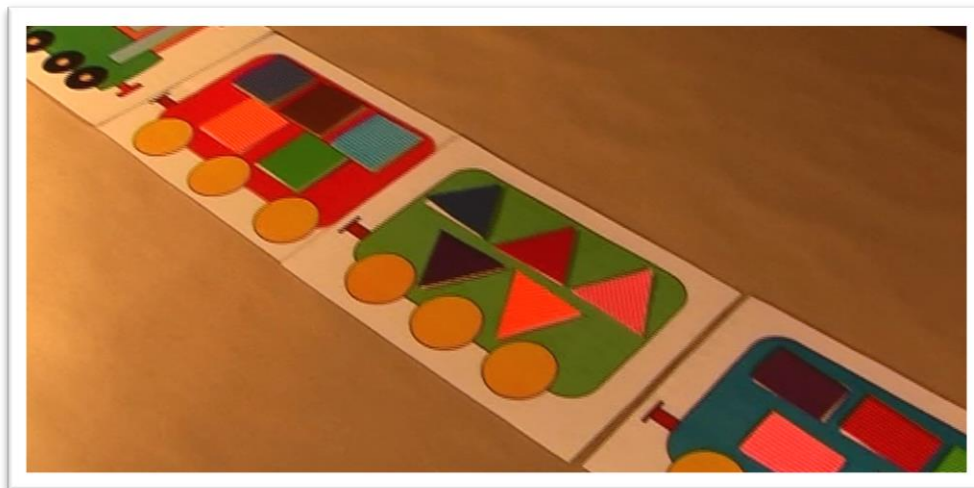
Předlohy s mašinkou a čtyřmi vagonky s prázdnými místy v základních tvarech (trojúhelník, čtverec, kruh a obdélník) pro umístění nákladu. Sada různobarevných útvarů z „vlnkového“ papíru. V jednodušší variantě je útvarů právě tolik, aby vagonky byly zcela zaplněny: 5 čtverců, 5 trojúhelníků, 5 kruhů a 5 obdélníků. V náročnější variantě je sada doplněna tvary, které předloze neodpovídají. Na předlohu se obrazce mohou připojovat pomocí suchého zipu, popř. plochými magnetkami.





### Aktivita

Dítě manipuluje s připravenými tvary a přikládá je na bílá místa na vagónku tak, aby byly vagónky „veselé“, tedy aby byla splněna podmínka: náklad nemá barvu vagónku, který ho veze. **Dítě pracuje s negativní podmínkou. Je vhodný průběžný komentář dětí, např.: „Vagónek je zelený, náklad není zelený“.** Pokud připravíme i tvary stejné barvy, jakou má příslušný vagónek, dítě musí vytřídit nevhodné dílky z nabídky.



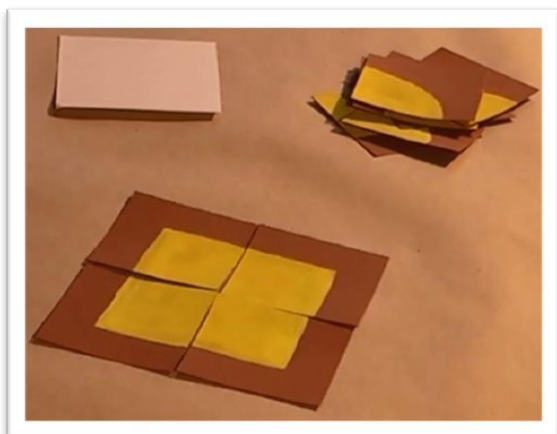
Pomůcku lze využít také při různých obměnách zadání a tím rozvíjet orientaci dětí v rovině. Např.: „Zelený vagónek jede před červeným.“ „Modrý vagónek nejede první.“ „Trojúhelníky jedou poslední.“ „Obdélníky jedou ve druhém vagónku.“

Obdobně můžeme měnit polohu v rámci jednoho vagónku, např.: „Zelený trojúhelník je mezi modrým a červeným.“

## 2. Tři základní tvary

### Pomůcky

Na každé ze tří hnědých čtvrtek byl původně žlutě namalovaný jeden ze tří tvarů (čtverec, trojúhelník, kruh). Čtvrtky byly poté rozstříhány na čtyři stejné čtvercové dílky. Vzniklo tak 12 hnědožlutých dílků. Doplněny jsou bílou předlohou jednotlivých tvarů.



### Aktivita

Dítě podle bílé předlohy skládá např. čtverec. Dílky s částmi ostatních útvarů odkládá na stranu. Většinou dítě nejprve odstraní dílky se zaobleným tvarem, obtížnější je vytřídit dílky s ostrým úhlem. **Při třídění dítě využívá odhad. Nezasahujeme, necháme je v klidu pracovat. Respektujeme individuální postup.**

### 3. Skládání tvarů

#### Pomůcky

Sada žlutých tvarů z předchozí aktivity je doplněna podobnými sadami červených a modrých tvarů. Nesmí chybět ani bílé předlohy jednotlivých tvarů a barevné kostičky, pro znázornění zadané podmínky.



#### Aktivita

Dítě skládá určený tvar, podle zadané podmínky, například:

červenožlutý kruh,

tříbarevný čtverec,

trojúhelník bez červené.



Dítě vybírá odpovídající dílky, kontroluje, zda je zadaná podmínka splněna, opravuje případné chyby.

**Úlohy gradujeme – postupujeme od jednodušších úloh ke složitějším, používáme postupně i skupinovou, případně negativní podmínku.**

Vhodné je nespokojit se s jediným řešením, ale hledat různá řešení pro jedno zadání. Děti tak mají prostor vymyslet vlastní řešení, popř. nalézt více řešení. Získávají důležitou zkušenost, že mnohdy neexistuje jediné správné řešení. Učí se tím také tolerovat návrhy druhých, rozvíjí kombinační a kritické myšlení, kontrolují, zda má kamarád také pravdu.

### 9. Geometrie v prostoru

Předškolní vzdělávání

#### Geometrické představy

Dítě určuje a rozeznává polohové vztahy v rovině a v prostoru, rozlišuje tvary těles.

#### Divadélko

#### Pomůcky

Krabice s víkem, která umožní stavět scénu pomocí připravených objektů (např. medvěd, strom, hříbek). Objekty jsou připevněny na špejli. Ve víku krabice, do níž je možno objekty uložit, jsou připraveny otvory pro zasunutí špejlí. Pro přípravu objektů (některé části mohou děti samy připravit v rámci pracovní výchovy) využíváme jednoduchých geometrických tvarů.



Medvěd je složen z hnědých a bílých kruhů, strom tvoří tři kruhy vždy zčásti přeložené, houby jsou vytvořeny z kruhu přeloženého na polovinu apod.

### Aktivita

Učitel popisuje situaci a děti podle pokynů staví scénu (např. uprostřed stojí medvěd, za medvědem je velký strom, vlevo od něho druhý, před medvědem vyrostl hříbek). Následně mohou děti vymýšlet další úpravy scény. Samy říkají pokyny, kam umístit další objekt. Na závěr podle sestavené scény vyprávějí děj vlastního příběhu. Obsah krabice obměňujeme nebo doplňujeme.



### Shodná tělesa



### Pomůcky

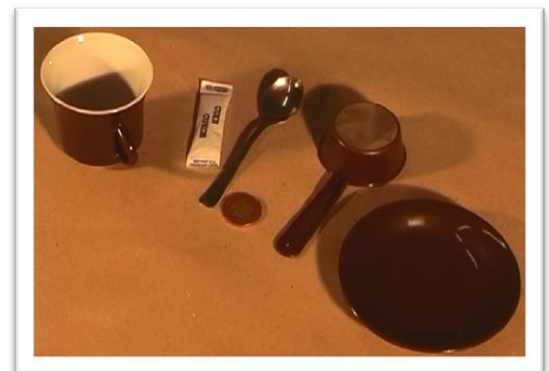
Sadu tvoří tělesa (krychle, kvádr, válec, trojboký hranol apod.), která jsou zastoupena v různém počtu (např. dva válce, čtyři krychle), všechny však mají stejnou barvu. S výhodou lze využít stavebnici Architecto, která obsahuje 18 dílů, mezi nimiž najdeme i tělesa, která nepatří mezi tzv. základní.



### Aktivita

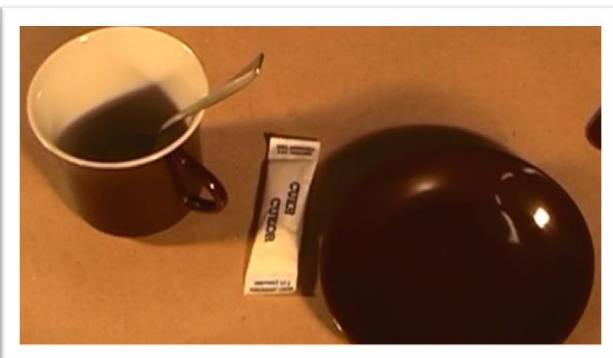
Dítě hledá shodná tělesa. Z těles, která jsou shodná, tvoří skupinky. **Při třídění využívá zrak i hmat.** Nezasahujeme, necháme dítě v klidu pracovat. **Dítě samo provádí kontrolu zrakem.** Tělesa, která nejsou zařazena do správné skupinky, by mělo přemístit na odpovídající místo. Nevyžadujeme slovní komentář (některé děti to ruší při koncentraci) ani přesné pojmenování těles. Poznámka: důležité je provádět třídění těles, která mají jednotnou barvu. Barva tak nemůže být nápodobou.

### Hrníček



### Pomůcky

Předměty z běžného života (např. hrníček, talířek, sítko, lžička, cukr, koruna), s nimiž může dítě bez problémů manipulovat.



### Aktivita

Dítě podle pokynů manipuluje s předměty, např.: „Pod talířek dej korunu.“ „Do hrníčku dej lžičku.“ „Mezi talířek a hrníček dej cukr.“

„Vlevo od talířku polož sítko.“ „Ouško hrníčku otoč dopředu.“ Tak lze u dítěte rozvíjet vnímání polohových vztahů. Předměty obměňujeme, využíváme také drobné hračky. **Posléze dítě samo dává pokyny ostatním dětem.**

## 10. Komplexní aktivity

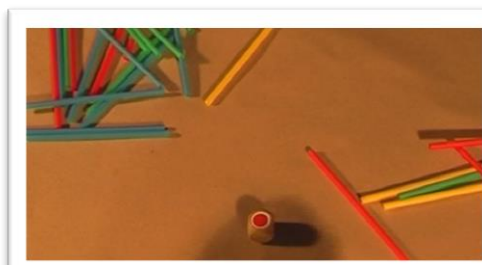
Předškolní vzdělávání

**Mnohostní, množinové a geometrické představy lze rozvíjet prostřednictvím komplexních aktivit, v nichž se jednotlivé oblasti prolínají.**

### 1. Barvy a tvary

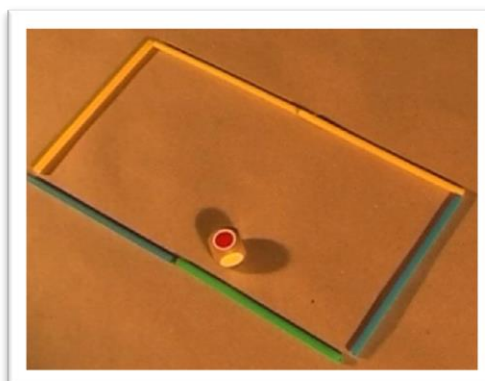
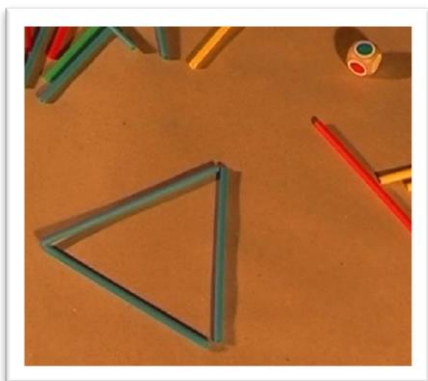
#### Pomůcky

Hrací kostka, kde jsou místo čísel znázorněny barvy. Sada barevných brček nebo tyčinek ze hry Mikádo, které mají barvy odpovídající barvám na kostce (např. červená, modrá, zelená a žlutá).



#### Aktivity

Dítě má k dispozici sadu brček/tyčinek a barevnou hrací kostku. Je zadán obrazec, který má dítě složit (trojúhelník, velký čtverec apod.). Dítě hodí kostkou a skládá daný obrazec pomocí brček/tyčinek stejné barvy, jaká padla na kostce. Většinou dítě použije na jednu stranu obrazce jedno brčko/tyčinku. V případě „velkého“ obrazce použije dvě brčka/tyčinky.



**Můžeme použít i negativní podmínku.** Dítě potom skládá barevný obrazec bez použití té barvy, která padla na hrací kostce. Dáme prostor pro hledání různých řešení, např.: „Složte trojbarevný trojúhelník.“ „Kdo umí poskládat jiný trojbarevný trojúhelník.“ Děti učíme, že existuje více řešení.

### 2. Geopuzzle početní



#### Pomůcky

Na vhodně zvolený jednobarevný obrázek (např. raketa, srdce) zakreslíme rozdělení na několik dílků. Ke stranám každého takto vzniklého dílku vyznačíme určitý počet teček tak, aby se po rozstřihání obrázku, dal obrázek pomocí těchto teček složit.

Dílký rozstříhaného obrázku (geopuzzle početní) se k sobě přikládají tak, aby se shodovaly u přiložených stran počty teček i jejich seskupení.



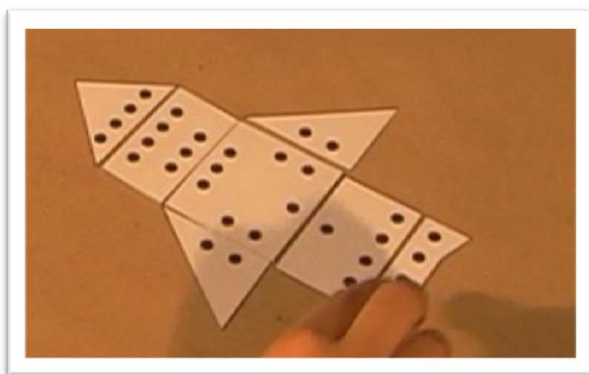
### Aktivita

Dítě má k dispozici sadu jednotlivých dílků s vyznačenými tečkami. Příkladá k sobě dílky tak, aby počet teček u přiložených stran byl stejný.

Procvičujeme orientaci v rovině a určování kvantity pomocí univerzálního modelu. Dítě zkoumá a přiřazuje, manipuluje s dílky, probíhá myšlenková analýza a syntéza.

Vzniklý obrázek slouží jako motivace i kontrola.

Přiměřené napětí a moment překvapení navozuje radost z úspěchu. **Nezasahujeme, neopravujeme a necháme dítě soustředěně pracovat.**



## 3. Pohlednice

### Pomůcky

Sada obálek označená čísly od 2 do 6. V každé obálce je pohlednice, která je rozstříhána na tolik dílů, kolik určuje číslo na obálce. Některé pohlednice mají po obvodu výrazný rámeček, některé pohlednice jsou kreslené, u některých je použita fotografie.



### Aktivita

Dítě skládá pohlednice, které jsou rozstříhány na 2 až 6 dílů. Postupně zvyšujeme obtížnost skládání na základě individuálního přístupu. **Dítě musí zažít příjemné napětí a radost z úspěchu.** V případě potřeby snížíme obtížnost použitím předlohy. U některých pohlednic je dobré využít výrazný rámeček jako oporu pro skládání. Pohlednice mohou být kreslené, u některých může být využita fotografie.

Alternativou je skládání dvou nastříhaných pohlednic, kdy musí děti nejprve roztřídit jednotlivé dílky. Pro tuto variantu využijeme pohlednice odlišné formy (např. fotopohlednice a kreslená pohlednice).



# **Základní vzdělávání**

## 1. Třídění

### Základní vzdělávání

#### 1. Rovinné útvary

##### Geometrie v rovině a v prostoru

Žák rozezná a pojmenuje základní rovinné útvary.



**Pracujeme případně s chybou. Žáka neopravujeme, poskytneme mu čas, aby se mohl opravit sám.**

##### Pomůcky

Sada rovinných útvarů (dílky libovolné vhodné stavebnice, např. JOVO, POLYDRON).

##### Aktivity

Žák třídí rovinné útvary, na samostatné hromádky dává různobarevné trojúhelníky, čtverce, pětiúhelníky apod. Barva neslouží jako nápověda. Důležitý je tvar, nikoliv barva. Žák hledá odpověď na otázku: „Kolik různých útvarů najdeš?“



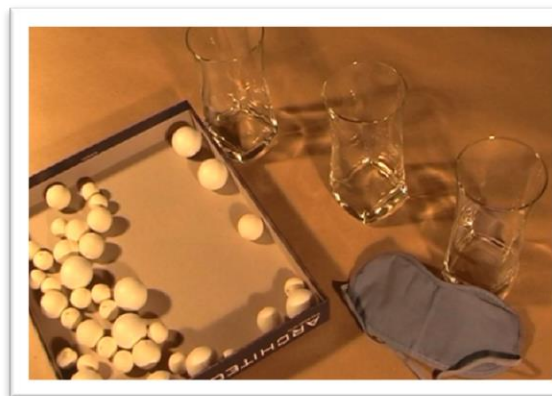
#### 2. Kuličky

##### Geometrie v rovině a v prostoru

Žák porovnává velikosti útvarů.

##### Pomůcky

Tři sklenice, krabička s kuličkami ve třech velikostech (pro menší děti ve dvou odlišných velikostech), škraboška. Používáme např. snadno dostupné polystyrenové kuličky, které zajistí bezpečnost a nejsou hlučné.



##### Aktivity

Žák třídí kuličky podle velikosti. Nejprve s použitím zraku, poté pouze hmatem (oči si zakryje škraboškou). Žák postupně umísťuje kuličky do skleniček. Sám si určí, kam bude dávat velké kuličky, kam střední a kam malé. **Tuto aktivitu nepoužíváme jako soutěž, není to činnost na rychlost!** Po ukončení práce, když je krabička prázdná, provede žák kontrolu zrakem.

### 3. Tantrix

#### Číslo a početní operace

Žák využívá znalostí malé násobilky.



#### Pomůcky

Tantrix je společenská hra a zároveň hlavolam. Jejím autorem je Mike McManaway z Nového Zélandu. Jedna herní sada plné verze Tantrixu obsahuje 56 šestihranných žetonů z umělé pryskyřice. Každý žeton je jedinečný a na rubu je označen číslem od 1 do 56. Tuto hru lze zakoupit.



#### Aktivita

Žák vybírá z předem připravené uspořádané řady sudá čísla. Při třídění využívá rytmus – mimo řadu posune každý druhý žeton. Podobně vybírá z uspořádané řady násobky tří. Pomáhá si ukazováním a využívá pravidelný rytmus – každý třetí žeton odebere z řady.

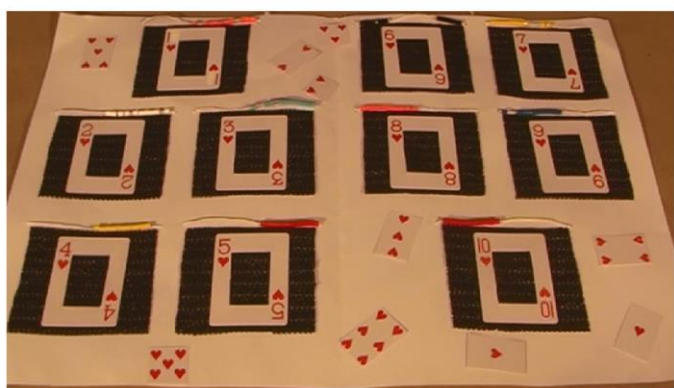
## 2. Párování

### Základní vzdělávání

#### 1. Karty

#### Číslo a početní operace

Žák používá přirozená čísla, počítá předměty v daném souboru.



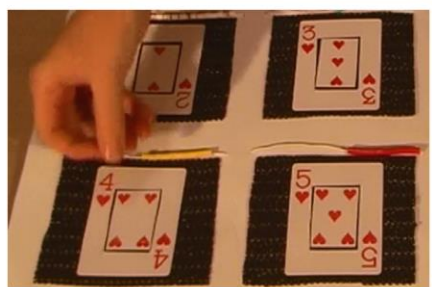
#### Pomůcky

Na čtvrtce formátu A3 jsou připraveny základní části karet s výřezem a označením jedna až deset.

Do výřezů se budou přikládat vystřižené střední části karet, na nichž je počet srdíček od jedné do devíti. Desítku reprezentuje jedno srdce – jedna desítka. Součástí pomůcky je nad každou kartou miniaturní počítadlo, které lze využít pro přepočítání množství.

#### Aktivita

Žák doplňuje odpovídající středy karet do výřezů v základních kartách. Hledání je náhodné, žák např. uchopí dílek se čtyřmi srdíčky a hledá příslušný výřez karty se symbolem 4. **Objevuje se zde přechod k desítkám, desítka má jedno srdce (1 desítka), žák přikládá 10 srdíček, uvědomuje si princip desítkové soustavy.**





## 2. Deštníky

### Geometrie v rovině a v prostoru

Žák porovnává velikosti útvarů, pozná podobné útvary.



#### Pomůcky

Dvojice kartiček s obrázky deštníků ve dvou velikostech. Obrázky jsou v různém provedení, barevné, dvoubarevné, perokresby apod. Některé jsou velmi podobné, některé velmi odlišné.



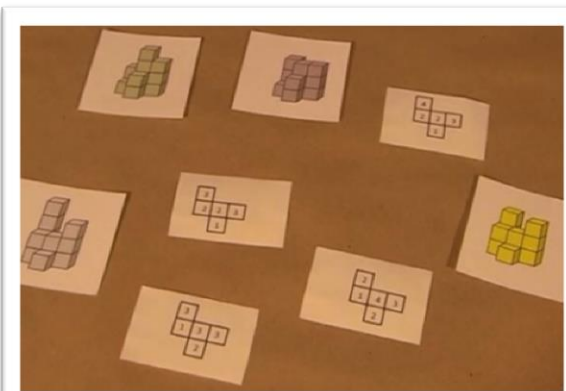
#### Aktivita

Žák tvoří dvojice (páruje) obrázky deštníků, o nichž se domnívá, že patří k sobě. Využívá odhad. **Jedná se o propedeutiku podobnosti.**

## 3. Plánky staveb

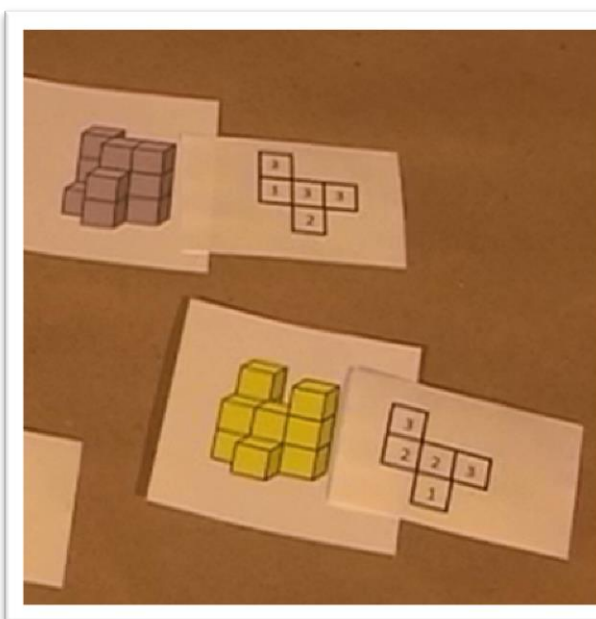
### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. učivo prostorová představivost).



#### Pomůcky

Sada kartiček, na nichž jsou zakresleny ve volném rovnoběžném promítání (prostorový náčrtek) čtyři dvojice plánek a staveb.



#### Aktivita

Žák přiřazuje plánek ke stavbě, vytvoří čtyři páry. Tím je veden k využívání předloh v 3D zobrazení (volné rovnoběžné promítání nebo v perspektivě). **Tímto cvičením se naučí vnímat prostor zakreslený v rovině.** Žák pracuje samostatně, sám provede i kontrolu správnosti přiřazení. Podle plánu může žák postavit reálnou prostorovou stavbu z kostiček stavebnice.

### 3. Uspořádání

#### Základní vzdělávání

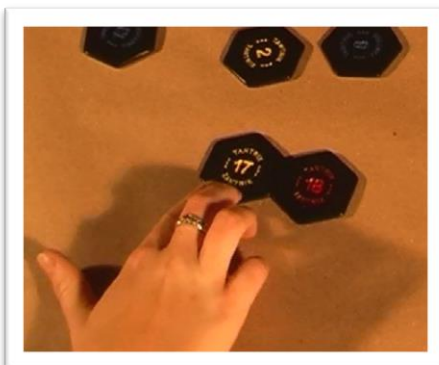
#### 1. Tantrix

##### Číslo a početní operace

Žák užívá lineární uspořádání.

##### Pomůcky

Jedna herní sada plné verze Tantrixu obsahuje 56 šestihranných žetonů z umělé pryskyřice. Každý žeton je na rubu označen číslem od 1 do 56.



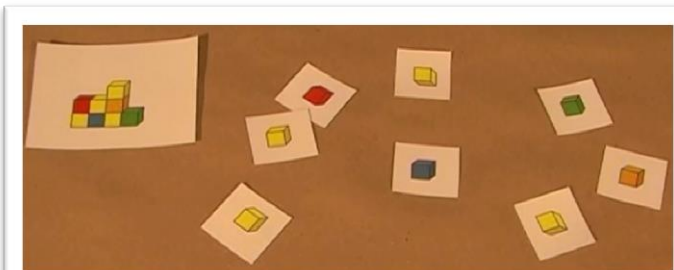
##### Aktivita

Žák může se žetony procvičovat uspořádání čísel podle velikosti, doplňovat čísla menší nebo větší než číslo zadané, určovat čísla hned před nebo hned za určeným číslem, hledat libovolné větší nebo menší číslo k určenému číslu apod.

#### 2. Plán stavby

##### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).

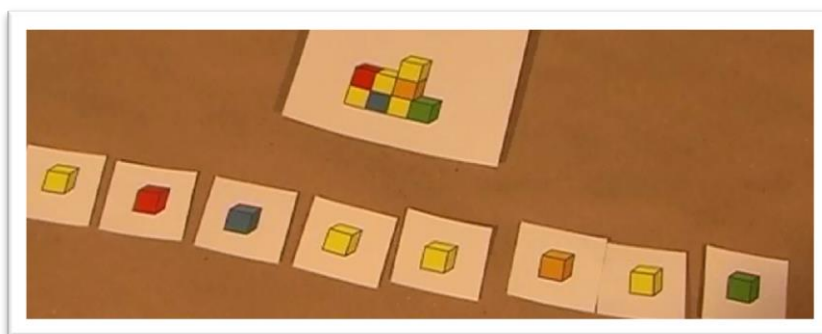


##### Pomůcky

Na pracovním listu je zakreslena stavba z krychlí. Krychle jsou různobarevné (např. žluté, červené, modré, zelené). Na kartičkách jsou zakresleny všechny krychličky, z nichž je stavba složena. Krychličky mohou být zakresleny v různých pohledech.

##### Aktivita

Žák řadí jednotlivé kartičky v takové návaznosti, jak by z těchto krychliček stavěl stavbu zakreslenou v předloze. Tvoří tak „plánek“ stavby.



Při stavění dané stavby existuje mnoho postupů, proto mohou žáci sestavit několik různých „plánek“. Žáky nerušíme, neopravujeme chyby při práci. Vedeme je k důsledné kontrole, při níž si chyby opraví sami. Mohli vymyslet „plánek“, který je pro danou stavbu nereálný. **Na závěr můžeme žákům položit provokativní otázky, např.: „Kterou krychličkou nemůžeme začít?“**

### 3. Číselná řada

#### Číslo a početní operace

**Žák užívá lineární uspořádání, pracuje s číselnou řadou.**

#### Pomůcky

Na různě velikých „žetonech“ jsou zapsána celá čísla. Pomůcka výrazně podporuje poznání, že velikost žetonu a velikost zápisu nesouvisí s velikostí čísla.



#### Aktivita

Žák postupně sestavuje číselnou řadu. Vybírá číslo a zařazuje je do vznikající řady čísel. Žák úlohu řeší někdy nahodile, někdy promyšleně. **Každý postup řešení je třeba respektovat. Nevyžadujte, aby žák začínal tvořit řadu od nejmenšího čísla.**

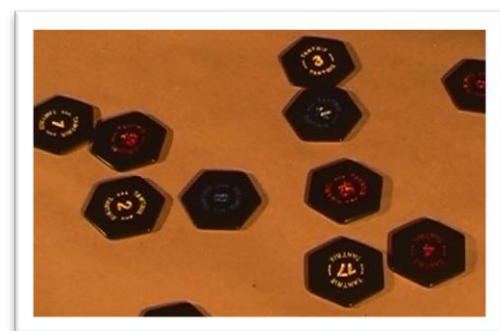
### 4. Řady a postupy

#### Základní vzdělávání

#### 1. Tantrix

#### Číslo a početní operace

**Žák užívá lineární uspořádání, zobrazí čísla na číselné ose.**



#### Pomůcky

Jedna herní sada plné verze Tantrixu obsahuje 56 šestihranných žetonů z umělé pryskyřice. Každý žeton je na rubu označen číslem od 1 do 56.

#### Aktivita

Žák doplňuje číselnou řadu, kterou na pracovní desku připravíme. **Nemusí začít u nejmenšího čísla, řadu může doplňovat postupně!** Na konci činnosti provede kontrolu.

#### 2. Animace jednotažky

#### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

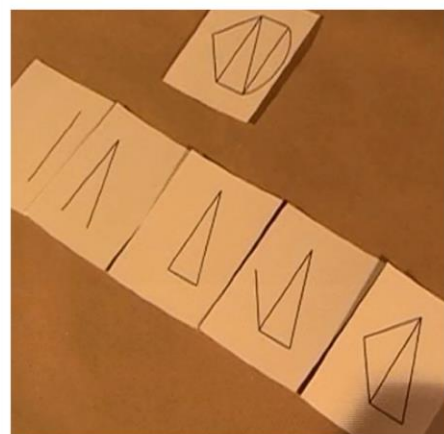
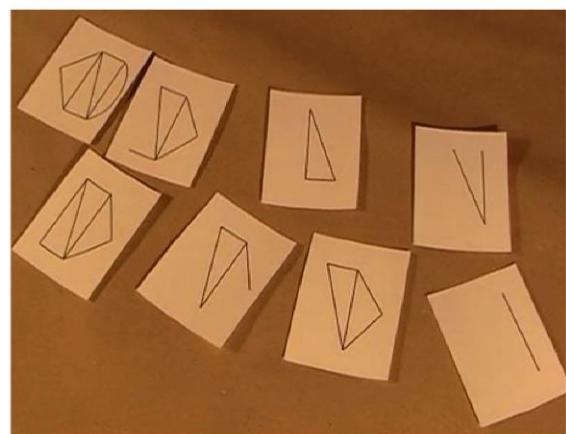
**Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).**

#### Pomůcky

Sada kartiček, na nichž jsou zachyceny jednotlivé fáze při kreslení tzv. „jednotažky“ (kresby jedním tahem).

#### Aktivita

Žák skládá postup kresby. Animace postupuje po malých změnách, vždy přibude jen jedna čára. Žák může čáry počítat, musí však kartičku správně natočit. Zpětně kontroluje, zda je jeho „plánek“ postupu kresby správný. **Zakreslí žák jednotažku z paměti?** Zkouška zrakové (vizuální) paměti.



Poznámka: zkušenost ukazuje, že žák nepovažuje za podstatné natočení první kartičky. Je pro něj podstatné, že je na kartičce zakreslena jedna čára (není pro něj důležité, na kterém je to okraji kartičky).

### 3. Cesty

#### Nestandardní aplikační úlohy a problém

Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).



#### Pomůcky

Deskovou hru Cestou necestou můžete zakoupit. Herní plán a volné kartičky s vyznačenými cestami (pozor: na jedné křižovatce sedí zlý drak). Pomůcku lze vyrobit i svépomocí.

#### Aktivita

Žák manipuluje s volnými dílky podle zadání. Např. hledá cestu, po které princ dojde ke svému koni. Cesty musí navazovat, nesmí „vést“ mimo herní plán a na cestě nesmí překážet zlý drak. Žák se sám kontroluje, opravuje chyby, učí se kriticky myslet. Existuje více řešení, hra je variabilní.





## 5. Kvantita

### Základní vzdělávání

#### 1. Slabiky

##### Číslo a početní operace

Žák počítá předměty v daném souboru.



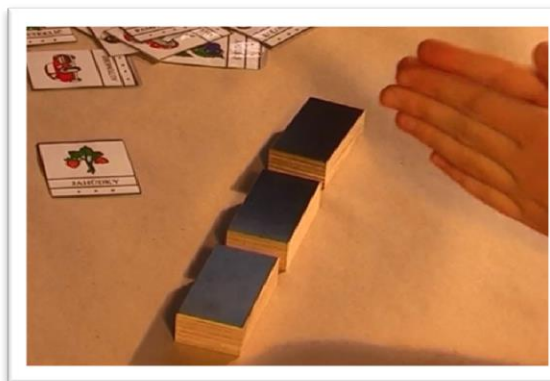
##### Pomůcky

Sada špalíčků, které při klepání o podložku vydávají zvuk, kartičky s obrázkem, s názvem a vyznačeným počtem slabik pomocí teček (viz obr.).



##### Aktivita

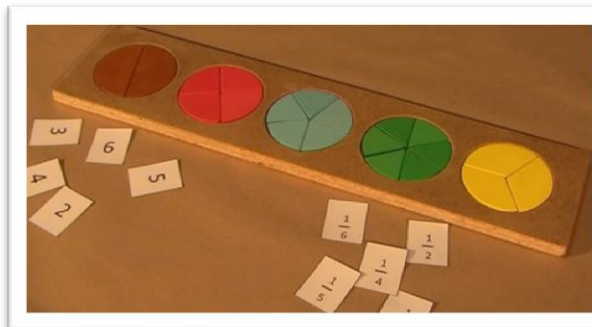
Žák si vybere kartičku, zjistí počet špalíčků podle počtu vyznačených slabik. **Doporučíme žákovi, aby s každým špalíčkem při ukládání pod obrázek klepl o podložku a vnímal zvuk, který špalíčky vydávají. Sluchové vnímání a vnímání rytmu je pro některé děti při vnímání kvantity podstatné.** Na závěr žák slabiky vytleská (tak si lépe uvědomuje počet).



#### 2. Zlomková skládačka

##### Číslo a početní operace

Žák modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku.



##### Pomůcky

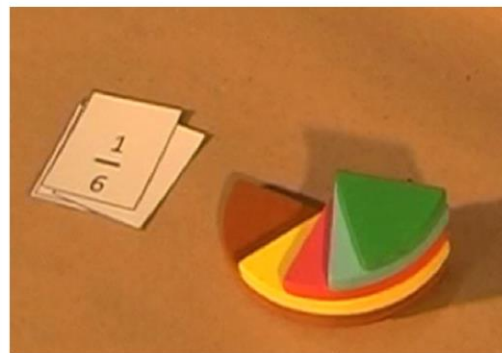
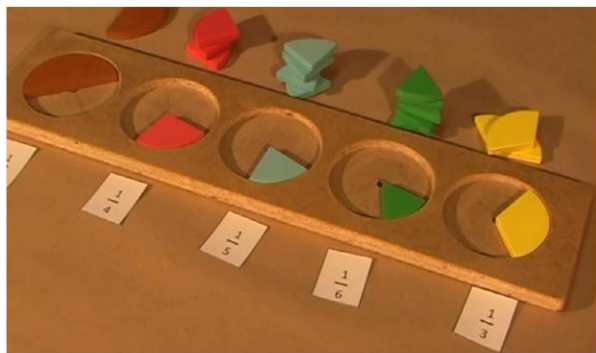
Základní deska s pěti kruhovými „jamkami“, do nichž se vkládají barevné kruhové destičky, které jsou rozděleny na dva, tři, čtyři, pět a šest shodných dílků. Na kartičkách jsou čísla od jedné do šesti a zlomky  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$  (případně další zlomky, které budeme při manipulaci potřebovat).

##### Aktivita

Žák skládá na základní desku celek z dílků stejné barvy. Přiložením čísla na složený celek odpovídá na otázku: „Kolik stejných dílků tvoří celek?“

Žák umístí pod celek složený z daného počtu stejných dílků kartičku, na níž je zapsán zlomek vyjadřující jeden díl („Jaká část celku je jeden dílek?“). Jeden dílek žák ponechá ve zlomkové skládačce, ostatní dílky přesune mimo.





Žák postupně vyndává dílky z jednotlivých „jamek“ zlomkové skládačky. Postupuje od největšího dílku po nejmenší. Dílky skládá na sebe, vytváří se „šnek“. Je dobře vidět, že největší část je  $1/2$ , nejmenší  $1/6$ , žák postupně velikosti dílků porovnává a sleduje, jak se zmenšují.

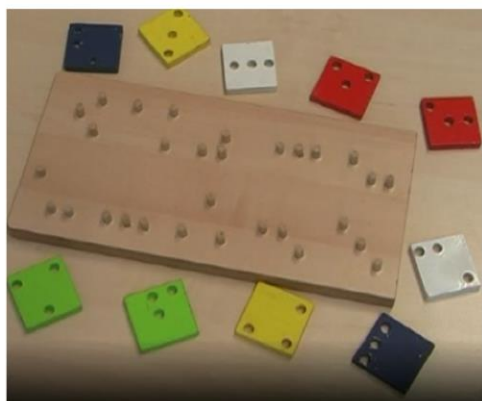
## 6. Shodnost

### Základní vzdělávání

#### 1. Skládačka

#### Geometrie v rovině a v prostoru

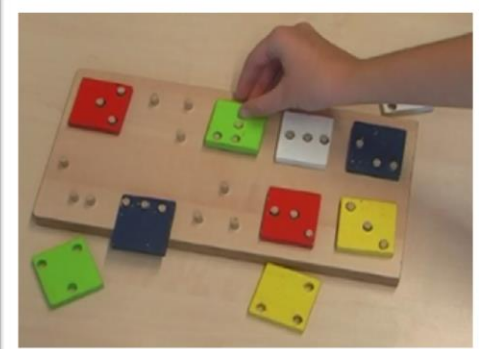
Žák porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky.



#### Pomůcky

Dřevěná deska s pevně připevněnými kolíčky a sada dřevěných čtvercových destiček s otvory. Otvory na destičkách jsou různě rozloženy (mají různou konfiguraci a různou barvu). Některé konfigurace jsou velmi podobné, některé výrazně odlišné.

Na desce odpovídají otvorům kolíčky tak, že čtverečky se dají na kolíčky nasadit, nikde však základní desku nepřesahují.



#### Aktivita

Žák manipuluje se čtvercovými destičkami s otvory a hledá shodné rozložení kolíčků na základní desce tak, aby čtvereček mohl na kolíčky nasadit a destička základní desku nepřesahovala. **Při hledání žák vyloučí konfigurace, které jsou velmi odlišné, využívá odhad.** U konfigurací kolíčků, které jsou velmi podobné, žák nasazení vyzkouší, případně destičku otočí a opět vyzkouší atd. (pokus – omyl). **Pracuje rukou, ta hledá a zkouší.**

Žák se může sám přesvědčit o správnosti řešení kontrolou, že žádná destička nepřesahuje základní

desku, případně může rozložení destiček upravit. **Žákovi při práci neradíme, nenavádíme ho. Učí se trpělivosti a soustředění, podporujeme kritické myšlení.**

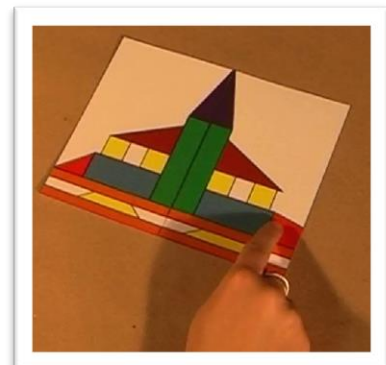
## 2. Hradý

### Geometrie v rovině a v prostoru

**Žák rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.**

#### Pomůcky

Sada obsahuje poloviny symetrických hradů, které jsou složeny z jednoduchých geometrických útvarů (viz obrázek). Sada je doplněna několika polovinami hradů, které nemají v souboru odpovídající souměrnou polovinu.



#### Aktivita

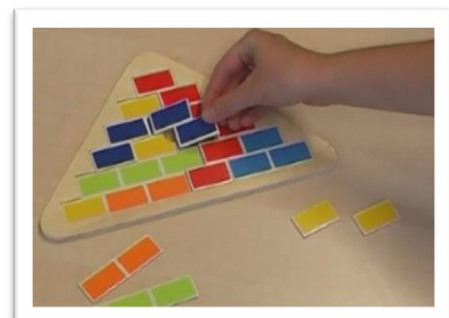
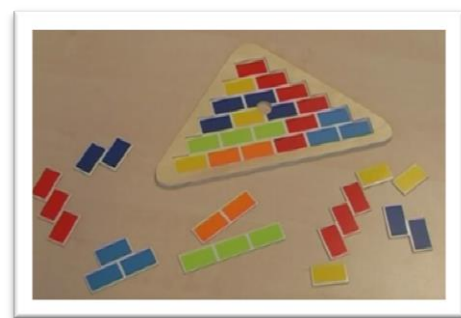
Žák volně manipuluje s polovinami hradů a vybírá vhodné části, přičemž využívá odhad, porovnávání a úsudek. Skládá dvojice a vytváří osově souměrné hradý. Hledá odlišnosti, kontroluje správnost jednotlivých částí hradu (barva, tvar, velikost). Žák se sám přesvědčí o správnosti řešení. **Pokusíme se s žáky najít chybu i v drobném detailu, to aktivizuje především nadané žáky.**



## 3. Pyramida

### Geometrie v rovině a v prostoru

**Žák porovnává velikost útvarů, odhaduje délku úsečky, rozlišuje shodné a podobné útvary.**



#### Pomůcky

Pomůcka, jejíž komerční název je GOKI, obsahuje základní trojúhelníkovou desku, do které se vkládají volné barevné dílky různých tvarů a velikostí (viz obr.). Na každém dílku skládačky je názorně vyznačeno rozdělení na základní obdélníky, rozměry obdélníků jsou stejné pro všechny volné dílky. Při správném vložení vyplní volné dílky vyznačenou barevnou pyramidu a žádný dílek nezůstane. Pomůcka je doplněna sadou kartiček s barevnými předlohami různých staveb. Na druhé straně kartičky je stavba v jednobarevném provedení, což lze využít jako obtížnější variantu hlavolamu (i pro dospělé).



#### Aktivita

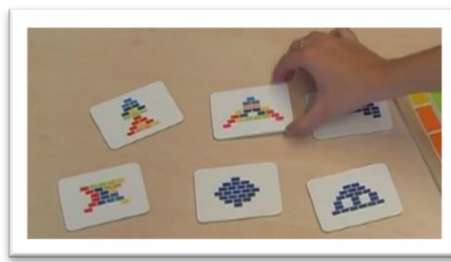
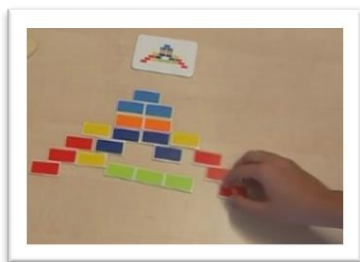
Žák volně manipuluje s barevnými dílky, vkládá je do „vzorové“ barevné pyramidy na základní desce tak, aby vznikla shodná barevná pyramida (všechna políčka „vzoru“ musí být pokryta tak, že žádný dílek nezůstane). **Vodítkem pro**

**správné vložení je jak tvar dílku (zvýrazněný rozdělením na základní obdélníky), tak i barva.**

Žák skládá dílky podle zmenšené barevné předlohy. **Je dobré upozornit na rozdíl mezi shodností a podobností útvarů.** Žák se může o správnosti řešení sám přesvědčit. Obtížnější je skládání podle jednobarevné předlohy, při kterém již žák nemůže využít barevnou oporu. **Tuto variantu lze zadat jako hlavolam.**



Větší počet kartiček s různými barevnými předlohami slouží jako varianty k procvičování. V sadě kartiček může žák hledat symetrické útvary, může také složit vlastní stavbu, která je symetrická apod.



## 7. Rytmus a kombinatorika

Základní vzdělávání

### 1. Šašci a bambule

#### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

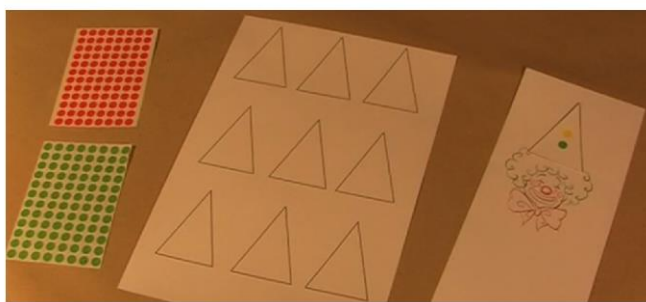
Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. kombinatorické dovednosti).

#### Pomůcky

Předloha šaška s velkou čepicí se dvěma bambulemi, pracovní list s devíti čepicemi a sada nalepovacích koleček ve třech barvách (nejprve máme k dispozici dvě barvy, poté přidáme třetí).

#### Aktivita

Žáky motivujeme tak, že každý šašek na karnevalu musí mít jinou čepici. Žák pak



zdobí čepice na pracovním listu dvěma bambulemi podle vzoru, tedy lepí bambule pod sebe (nalepuje na připravené čepice dvě kolečka) a snaží se odpovědět na otázku: „Kolik vytvoříme různých čepic, které mají dvě bambule, když máme jen dvě barvy bambulí?“ **Na začátku práce můžeme po žákovi požadovat odhad počtu čepic za daných podmínek.** Přidáme třetí barvu bambule, podmínku dvou bambulí na jedné čepici však ponecháme. Žák pokračuje v práci na stejné předloze. **Nezasahujeme, žáky při práci pozorujeme.**

### 2. Mozaika (patchwork)

#### Geometrie v rovině a v prostoru

Žák rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.

#### Pomůcky

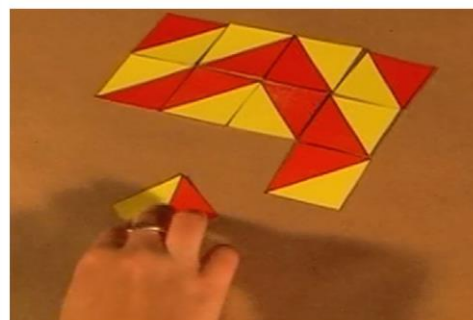
Sada dvoubarevných malých čtverců (např. žlutočervených), s nimiž žák volně manipuluje.





### Aktivita

Žák z dvoubarevných čtverečků vytváří libovolný vzor. Lze vysledovat, že si někteří žáci nejprve vytvoří vzor „v hlavě“, a pak skládají. Jiní vytvoří vzor nahodile, pak však „drží rytmus“. **Činnost opakujeme, první vzor je pouze zkušební.** Výhodnější je skládání vzorů, než vybarvování (omyl se těžko napravuje a žáci mohou mít při chybě zbytečně pocit neúspěchu, kdy je potlačena tvořivost).



## 8. Geometrie v rovině

### Základní vzdělávání

#### 1. Koník

#### Geometrie v rovině a v prostoru

**Žák porovnává velikost útvarů, využívá shodnost a podobnost.**

### Pomůcky

Skládačka (dřevěná nebo vyrobená z tvrdšího papíru) a sada předloh. Předlohy mohou být rozkresleny ve stejné velikosti, jako jsou dílky skládačky, nebo mohou být zmenšené. Mohou na nich být zakresleny jednotlivé dílky, nebo mohou být jen „obrysové“. Skládačku lze také zakoupit (stavebnice GOLO).



### Aktivita

Žák pracuje s předlohou, na níž jsou vyznačeny jednotlivé dílky. Nejprve s předlohou, která je ve skutečné velikosti (propedeutika shodnosti), později s předlohou zmenšenou (propedeutika podobnosti). **Žák při této činnosti analyzuje předlohu, hledá shodný dílek, který se snaží umístit do stejné polohy.** Nutně musí dílek otáčet, posunovat, překlápět apod. Učí se velmi aktivně orientovat v rovině, posoudit, zda je výsledek shodný s předlohou, provést opravu a kontrolu. Respektujte, pokud si žák staví přímo na předlohu nebo naopak potřebuje mít předlohu v určitém konkrétním místě. Umístění předlohy je u žáků velmi individuální.



## 2. Rozstříhaný kruh

### Geometrie v rovině a v prostoru

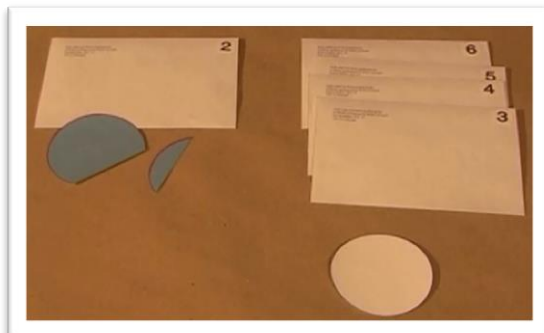
Žák modeluje základní rovinné útvary.

#### Pomůcky

Sada pěti kruhů, které jsou rozstříhány na dva, tři, čtyři, pět a šest nestejných dílů. Sada je doplněna bílým kruhem jako předlohou.

#### Aktivita

Žák podle bílé předlohy skládá kruh. **Kruh je nejjednodušší tvar vzhledem k oblým konturám, které jsou pro žáka návodné.** Nezasahujeme, necháme žáka v klidu pracovat. Žák nejprve intenzivně pracuje rukou, poté porovná složený tvar s předlohou.



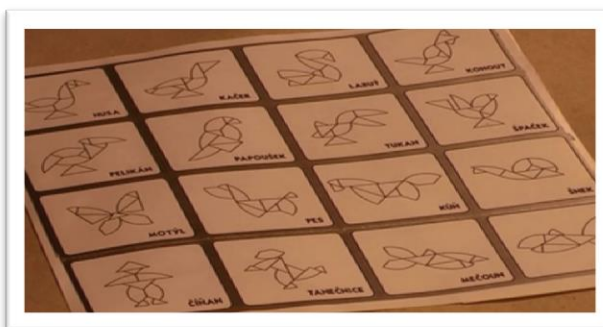
## 3. Tangram

### Geometrie v rovině a v prostoru

Žák porovnává velikost útvarů, rozlišuje shodné a podobné útvary.

#### Pomůcky

Tangram je hra, která pochází z Číny. Obsahuje sadu dílků, z nichž je možno složit obrázky z nabídky v předloze. Lze zakoupit celou škálu tangramů z různých materiálů.



#### Aktivita

Žák skládá určený obrázek (např. zvíře, postavu, domek) podle předlohy, která je v menším měřítku (**propedeutika podobnosti**). Dílky, které jsou nadbytečné, vyřazuje. Pro zjednodušení je možno využít předlohu ve stejné velikosti jako je složený tvar (měřítko 1 : 1). Pro žáky používáme předlohy s vyznačenými částmi. Bez tohoto vyznačení (tedy pouze s obrysem) je skládání velmi náročné a slouží jako hlavolam (i pro dospělé).

## 9. Geometrie v prostoru

### Základní vzdělávání

### 1. Stavba podle plánu

#### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).

#### Pomůcky

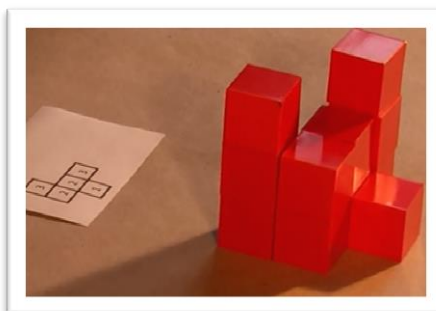
Sada jednobarevných krychliček stejné barvy, různé plány stavby, na nichž je v půdorysu vyznačen

počet krychlíček poskládaných nad sebou. Tím je stavba jednoznačně určena.



### Aktivita

Žák staví z krychlí podle plánu. Sečtením všech čísel v půdorysu zjistí počet krychlí, které na stavbu potřebuje (propedeutika pojmu objem). **Bez prostorových cvičení u šestiletých dětí „nenastoupí“ prostorové vnímání a s ním spojené dovednosti v prostoru. Naopak vhodné volené činnosti a konstruktivní hry pomáhají vytváření prostorových představ, vnímání vztahů v prostoru. Je vhodné zařazovat také stavění podle trojrozměrných předloh, což umožňuje nácvik vnímání prostoru zakresleného v rovině.** Žák pracuje samostatně, kontroluje svou práci a opravuje chyby. Žáci velmi rádi tvoří zadání pro ostatní, mají roli architektů – vytvářejí plán stavby.



## 2. Třídění těles

### Geometrie v rovině a v prostoru

**Žák rozezná jednoduchá tělesa, využívá shodnost.**

### Pomůcky

Sada základních těles (např. krychle, různé hranoly, kužele, jehlan, válec, polokoule, koule). Všechna tělesa mají shodnou barvu.

### Aktivita

Žák reaguje na pokyny učitele a hledá těleso, které má zadanou vlastnost, např.: „Těleso má pouze jeden vrchol.“ „Těleso nemá vrchol.“ **Při práci je důležitá diskuse. Učitel žákovu volbu „zpochybní“, žák ji obhajuje, hledá nepřesnosti, koriguje svou volbu, argumentuje.**



## 3. Architecto

### Nestandardní aplikační úlohy a problémy

**Žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).**

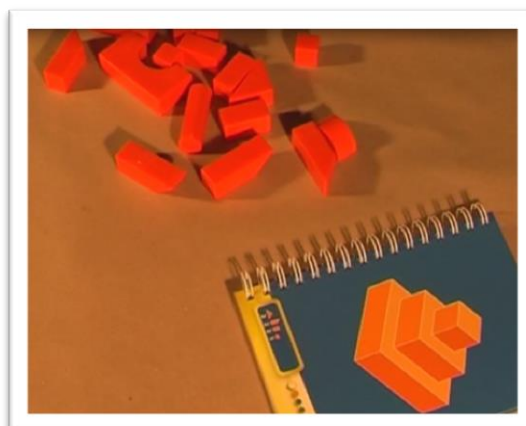
### Pomůcky

Stavebnice Architecto, kterou lze zakoupit, obsahuje tělesa stejné barvy a prostorové obrázky staveb (seřazených podle obtížnosti). Na předloze každé stavby (kde nejsou jednotlivé dílky vyznačeny) je uvedeno, z jakého počtu konkrétních dílů (těles) je stavba složena. Stavebnice obsahuje i barevné

řešení, které může v případě potřeby sloužit jako návod. Stavebnice je primárně určena pro řešení prostorového hlavolamu.

### Aktivita

Žák pracuje s trojrozměrnou předlohou stavby (bez členění na dílky). Ze všech dílů stavebnice si nejprve vybere jen ty, které ke stavbě potřebuje (tato tělesa jsou i s daným počtem uvedena v rámečku pod obrázkem stavby). Žák samostatně manipuluje s jednotlivými tělesy, pokládá je na sebe, otáčí je, rozhoduje se, kam které těleso umístit. **Tyto činnosti jsou velmi důležité pro rozvoj prostorové představivosti. Podle úrovně dovedností žáků můžeme volit obtížnost stavby.** Pro mladší žáky lze jako předlohu pro stavění využít barevné řešení.



## 10. Komplexní aktivity

Základní vzdělávání

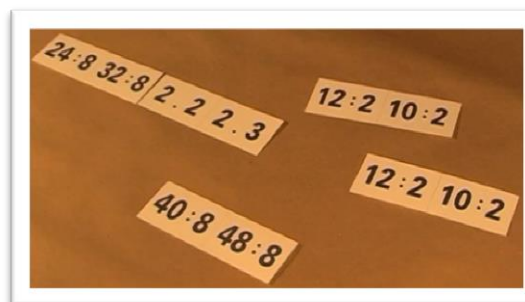
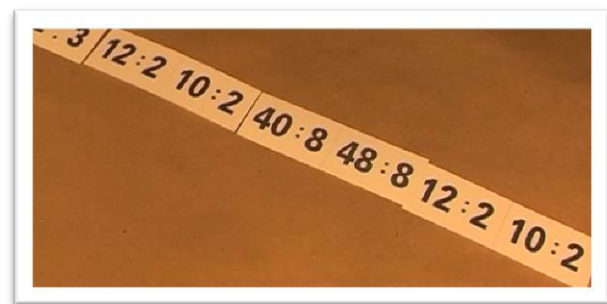
### 1. Číselné domino

**Číslo a početní operace; Nestandardní aplikační úlohy a problémy**

Žák provádí z paměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly, řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (číselné řady).

#### Pomůcky

Kartičky domina obsahují jednoduché početní úlohy tak, aby kartičky domina na sebe mohly navazovat. V jednodušším případě je úloha na pravé straně domina a výsledek na levé straně. V této obtížnější variantě jsou na kartičkách pouze úlohy, žák přiřazuje k sobě kartičky se zadáním o shodném výsledku.



#### Aktivita

Žák skládá části domina, které k sobě patří a tvoří řadu. Protože na dominu nejsou výsledky úloh, musí si žák výsledek zjistit a přiřadit k sobě kartičky se zadáním o shodném výsledku. Pokud žák nezvládne počítat z paměti, úlohu si zapíše a vypočítá. **Nespěcháme! Matematika nejsou**

**závody!** Žáci mohou obdobné domino sami vyrobit.

### 2. Tantrix

**Číslo a početní operace; Nestandardní aplikační úlohy a problémy**

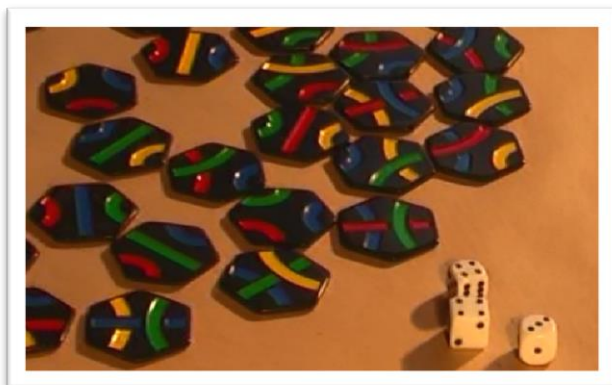
Žák provádí z paměti jednoduché početní operace, počítá předměty v daném souboru, řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (prostorová představivost).

#### Pomůcky

Jedna herní sada plné verze Tantrixu obsahuje 56 šestihranních žetonů. Na nich jsou charakteristické linie v různých barevných kombinacích. Každá linie spojuje vždy dvě strany šestiúhelníku. Linie mohou



být červené, žluté, zelené nebo modré barvy. Na jednom žetonu nejsou nikdy dvě linie stejné barvy. Každý žeton je jedinečný a na rubu je označen číslem od 1 do 56.



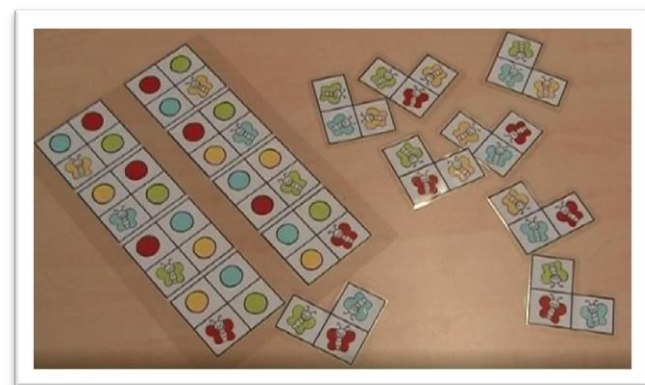
### Aktivita

Žák hodí třemi kostkami, hodnoty na jednotlivých kostkách z paměti sečte. Postupně napočítá stejný počet žetonů z připravené nabídky. Skládá z nich jednobarevné uzavřené cesty. Protože skládání není triviální, žák hledá řešení, odhaduje zakřivení drah, hledá návaznost žetonů. **V některých případech se musí žák odhodlat k tomu, že složenou dráhu „zruší“ a začne skládat znovu, aby lépe využil své žetony.** Pro vytvořenou uzavřenou křivku spočteme získané body. Počet bodů se rovná počtu žetonů, které žák celkem využil. Cílem je získat co nejvíc bodů.

## 3. Motýlci

**Závislosti, vztahy a práce s daty; Nestandardní aplikační úlohy a problémy**

**Žák doplňuje tabulky a schémata, řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. prostorová představivost).**



### Pomůcky

Sada obsahuje dva pásy kartiček, kde je každá základní čtyřbarevná čtveřice dílků složena z jednoho motýlka a tří barevných koleček (barva žlutá, modrá, zelená a červená). Dalších osm samostatných dílků (tzv. trimin) má tvar písmene L. Na nich jsou zakresleni barevní motýlci tak, aby se po přiložení na čtverce shodovala barva motýlka s barvou kolečka, na které byl přiložen. Jak si pomůcku vyrobit je zřejmé z přiloženého obrázku.

### Aktivita

Žák hledá stejné barevné konfigurace motýlků na triminech a barevných kruhů na základních čtvercích. Aktivita je velmi náročná na soustředění, **žák musí odlišovat detaily, vnímat uspořádání objektů v rovině, hledat systém, kontrolovat, zda každá čtveřice obsahuje všechny čtyři barvy.**

